



Uniwersytet
ŁÓDZKI



Urząd Statystyczny
w Łodzi

Synteza wyników kohortowych i przekrojowych tablic trwania przedsiębiorstw województwa łódzkiego

Artur Mikulec, dr
Katedra Metod Statystycznych, Uniwersytet Łódzki
Ośrodek Małych i Średnich Przedsiębiorstw, Urząd Statystyczny w Łodzi

Warszawa, 10-12 lipca 2018 r.

Spis treści

- 1.** Cel prezentacji
- 2.** Analiza przeżycia (analiza trwania)
- 3.** Idea kohortowych i przekrojowych tablic trwania przedsiębiorstw
- 4.** Wyniki kohortowych i przekrojowych tablic trwania przedsiębiorstw w województwie łódzkim w latach 2001-2015
- 5.** Prezentacja danych z wielu tablic kohortowych
- 6.** Prezentacja danych z wielu tablic przekrojowych
- 7.** Łączna prezentacja danych z wielu tablic kohortowych i przekrojowych
- 8.** Wybrane wnioski z łącznej analizy tablic (2001-2015)
- 9.** Podsumowanie

Literatura

1. Cel prezentacji

Celem prezentacji jest **przedstawienie wyników połączonych tablic** (kohortowych i przekrojowych) dla przedsiębiorstw województwa łódzkiego obserwowanych w latach 2001-2015.

Omówiony zostanie **sposób łączenia danych z tablic** i interpretacji uzyskanych (połączonych) wyników, a także możliwości ich graficznej prezentacji m.in. w postaci diagramu Lexisa, Lexisa-Pressata.

Przedstawione zostaną **wady i zalety**, a także „**wartość dodana**” przedmiotowej analizy. Podjęta zostanie próba interpretacji ekonomicznej uzyskanych wyników.

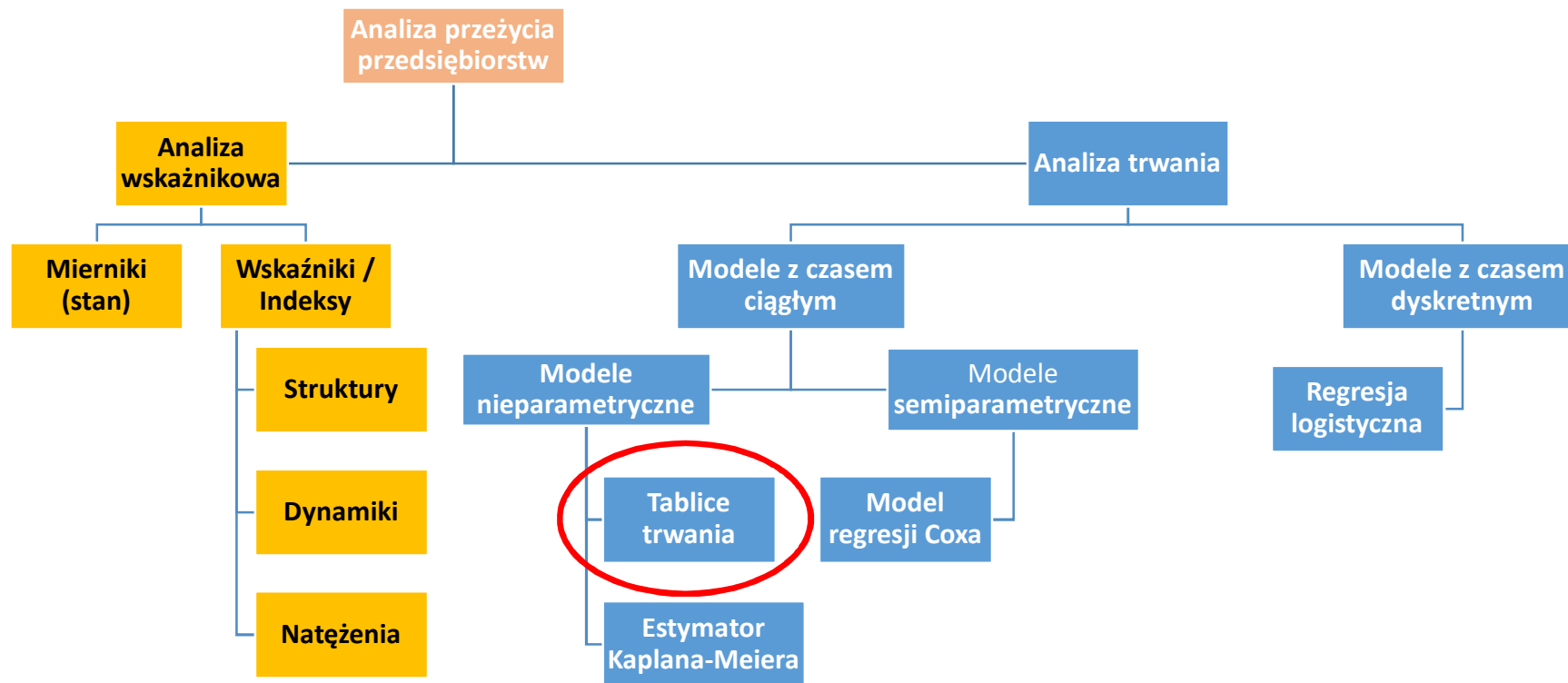
2. Analiza przeżycia (analiza trwania)

Analiza przeżycia to zbiór procedur obejmujących różne sposoby i statystyczne metody badania procesów, których wspólną cechą jest ich trwanie, wyznaczone dwoma momentami — początkowym i końcowym. Typową zmienną w tej analizie jest zatem czas pomiędzy określonymi zdarzeniami, a podstawowym jej celem — **charakterystyka i modelowanie czasu trwania**.

Trwanie można rozumieć bardzo szeroko, stąd równie szeroki jest zakres stosowania metod analizy przeżycia — poza demografią (analiza historii zdarzeń) również w naukach technicznych, **społecznych i ekonomicznych (analiza trwania)**, biologii, naukach przyrodniczych czy medycynie. W ekonomii typowe zastosowania metod analizy trwania dotyczą sfer: handlu, produkcji, gospodarstw domowych i podmiotów gospodarczych, w tym **przedsiębiorstw**.

W badaniach wykorzystujących te metody **realizuje się ważne cele poznawcze**, a także praktyczne, np. znajomość tablic trwania przedsiębiorstw oraz występujących w nich różnic dla poszczególnych kohort jednostek może być wykorzystana w **kreowaniu polityki gospodarczej na poziomie regionalnym i krajowym**.

Schemat 1. Metody analizy przeżycia przedsiębiorstw



Źródło: opracowanie własne na podstawie Markowicz 2012, s. 24.

3. Idea kohortowych i przekrojowych tablic trwania przedsiębiorstw

Celem **analizy trwania** jest wykrycie wzorców i prawidłowości oraz różnic w zakresie przeżywalności przedsiębiorstw w przekroju m.in. poszczególnych kohort, w ujęciu przestrzennym i czasowym.

Kohortowe i przekrojowe tablice trwania przedsiębiorstw zaliczane są do **nieparametrycznych metod analizy trwania przedsiębiorstw z czasem ciągłym**, gdyż nie wymagają założenia o analitycznej postaci rozkładu czasu związanego z obserwowanym zdarzeniem (likwidacją przedsiębiorstwa).

Analizowane przedsiębiorstwa zestawia się w tablicach:

- **kohortowych** według daty powstania (zawierają obserwacje cenzurowane)
 - **przekrojowych** według daty zakończenia działalności
- w obydwu przypadkach obserwowanym zdarzeniem jest likwidacja firm oraz czas ich trwania (od momentu powstania do likwidacji).

Czas trwania traktuje się jako szczególnego rodzaju, nieujemnie określoną **zmienną losową** ciągłą T , ($T \geq 0$), przy czym w tablicach dzieli się go na przedziały.

Jest to racjonalne założenie, ponieważ w momencie powstania przedsiębiorstwa **nie można odpowiedzieć na pytanie, jak długo będzie ono funkcjonowało?** Należy również zdawać sobie sprawę, że długość czasu trwania przedsiębiorstwa może być różna (zmieniać się w czasie i w przestrzeni w zależności od rodzaju przedsiębiorstwa), przy czym nie chodzi o czas w sensie kalendarzowym, lecz o czas własny jednostki $(0; \infty)$.

Określenie modelu przeżycia jako rozkładu zmiennej losowej T powoduje, że może go reprezentować dowolna funkcja probabilistyczna (lub ich zestaw) opisująca ten rozkład. Z uwagi na fakt, iż tablice kohortowe / przekrojowe nie precyzują postaci tych funkcji, mówimy, że bazują na **ogólnym modelu przeżycia**, a podane w literaturze wzory pozwalają na wyznaczenie ocen:

- prawdopodobieństwa likwidacji przedsiębiorstwa
- prawdopodobieństw związanych z czasem ich trwania (dotrwania, przetrwania)
- funkcji ryzyka, hazardu (intensywności likwidacji).

Tablice kohortowe (konstruowane dla przedsiębiorstw powstałych), służą do obserwacji jednostek w dłuższym okresie czasu, od momentu ich powstania do momentu opuszczenia kohorty przez wszystkie jednostki lub zakończenia obserwacji (cenzurowanie). Na potrzeby omawianej analizy przyjęto, że kohortę stanowiły przedsiębiorstwa powstałe w danym roku.

Tablice przekrojowe (konstruowane są dla przedsiębiorstw zlikwidowanych) służą do obserwacji jednostek pochodzących z różnych kohort w krótkim okresie. Analizie podlegały przedsiębiorstwa zlikwidowane w danym roku (roczne przekroje czasu).

Czas trwania firm od powstania do likwidacji podzielono w tablicach na roczne przedziały czasu $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$, a literą t^* oznaczono początek poszczególnych okresów (przedziałów). Uzyskane oszacowania funkcji tablicowych są dyskretne (punktowe).

W literaturze przedmiotu występują różne procedury (etap wystąpienia cenzurowania) i typy cenzurowania danych. W przypadku analizy przedsiębiorstw z reguły zastosowanie ma **cenzurowanie prawostronne typu I**, tj. ze względu na czas zakończenia obserwacji (dane ucięte).

Wzory dla funkcji tablicowych:

Wyszczególnienie	Tablica kohortowa	Tablica przekrojowa
Liczba przedsiębiorstw n_{t+1} , które dotrwały na początek okresu numer $t + 1$	$n_{t+1} = n_t - z_t - c_t$	$n_{t+1} = n_t - z_t$
Prawdopodobieństwo likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_t$ (w okresie / z okresu numer t)	$\hat{f}_t = \frac{z_t}{n_t}$	$\hat{f}_t = \frac{z_t}{n_t}$
Prawdopodobieństwo przetrwania przedsiębiorstwa $\hat{p}_t$ (w okresie / z okresu numer t)	$\hat{p}_t = \frac{n_{t+1} + c_t}{n_t}$	$\hat{p}_t = \frac{n_{t+1}}{n_t}$
Prawdopodobieństwo dotrwania przedsiębiorstwa $\hat{F}_t$ dla okresu numer t	$\hat{F}_t = \frac{n_0 - n_{t+1} - \sum_{i=0}^t c_i}{n_0}$	$\hat{F}_t = \frac{n_0 - n_{t+1}}{n_0}$
Prawdopodobieństwo przetrwania przedsiębiorstwa $\hat{S}_t$ dla okresu numer t	$\hat{S}_t = \frac{n_{t+1} + \sum_{i=0}^t c_i}{n_0}$	$\hat{S}_t = \frac{n_{t+1}}{n_0}$
Funkcja ryzyka, hazardu $\hat{h}_t$ (intensywności likwidacji) dla okresu numer t	$\hat{h}_t = \frac{\hat{f}_t}{0,5(\hat{S}_t + \hat{S}_{t+1})}$	$\hat{h}_t = \frac{\hat{f}_t}{0,5(\hat{S}_t + \hat{S}_{t+1})}$

Objaśnienia: $t = 0, 1, \dots, w$ – numer okresu w tablicy, n_t – liczba jednostek, które dotrwały do początku okresu t (dla tablic kohortowych n_0 to wyjściowa liczebność kohorty, a dla tablic przekrojowych n_0 to wyjściowa liczba jednostek zlikwidowanych), z_t – liczba przedsiębiorstw zlikwidowanych w okresie / z okresu numer t , c_t – liczba firm w okresie numer t , które nie zostały zlikwidowane do końca okresu obserwacji kohorty (obserwacje cenzurowane).

Tabl. 1. Dane o przedsiębiorstwach w latach 2001-2015

Rok	Przedsiębiorstwa			
	powstałe	zlikwidowane	cenzurowane ^a	zlikwidowane
	według roku powstania			według roku likwidacji ^b
OGÓŁEM	265 295	115 596	149 699	228 519
2001	14 896	10 282	4 614	7 774
2002	13 553	8 952	4 601	5 820
2003	13 646	8 977	4 669	6 708
2004	13 261	8 505	4 756	7 507
2005	16 054	10 219	5 835	9 753
2006	17 122	10 385	6 737	22 052
2007	17 488	9 827	7 661	15 829
2008	18 751	9 854	8 897	14 987
2009	21 227	10 274	10 953	39 297
2010	22 734	9 947	12 787	14 045
2011	19 270	7 219	12 051	21 673
2012	19 049	5 490	13 559	15 094
2013	19 940	3 729	16 211	16 561
2014	19 396	1 507	17 889	19 644
2015	18 908	429	18 479	11 775

a Przedsiębiorstwa, które funkcjonowały do momentu zakończenia badania (31.12.2015). *b* Bez względu na datę powstania.

Źródło: opracowanie własne.

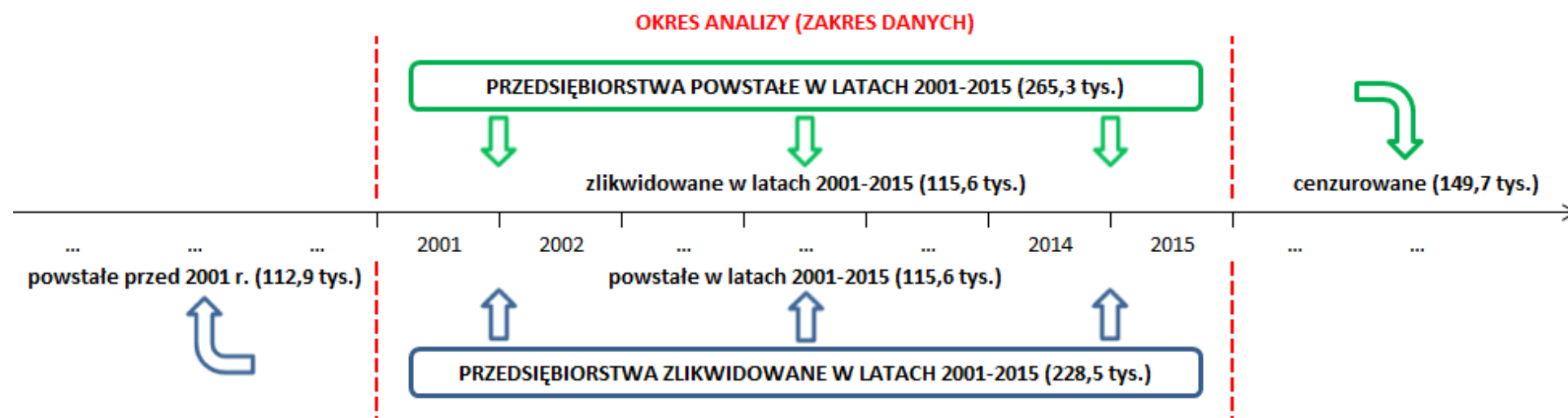
Dane do tablic kohortowych:

powstałe – zlikwidowane = cenzurowane

Dane do tablic przekrojowych:

brak obserwacji cenzurowanych

Schemat 2: Podgrupy przedsiębiorstw powstałych i zlikwidowanych w województwie łódzkim w latach 2001-2015

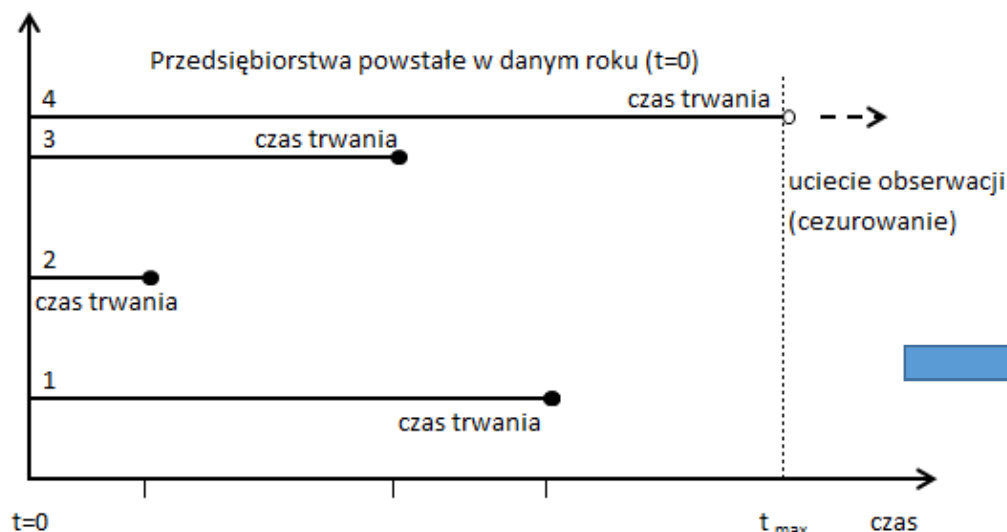


Źródło: Mikulec 2017, s. 36.

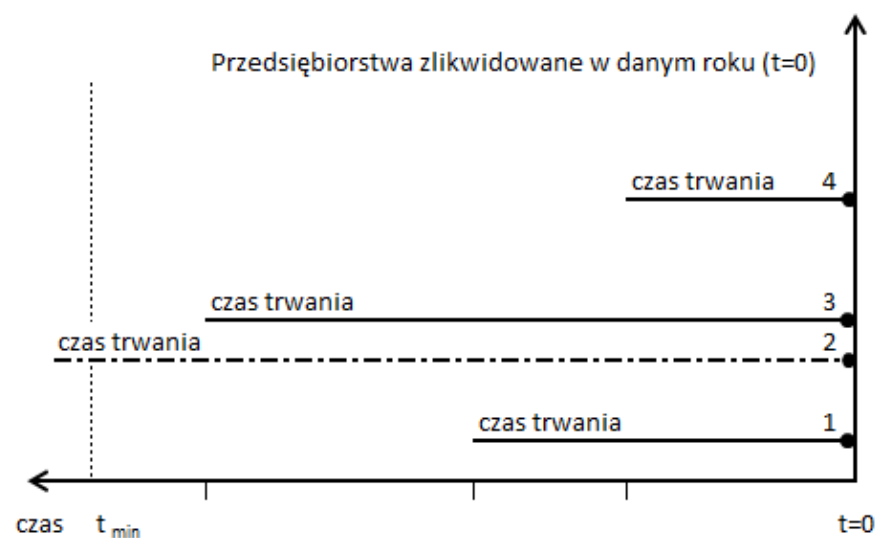
W analizie wykorzystano dane jednostkowe o przedsiębiorstwach powstałych i zlikwidowanych pozyskane w Urzędzie Statystycznym w Łodzi, które zawierały:

REGON, lokalizację, formę prawną, szczegółową formę prawną, PKD, **datę powstania przedsiębiorstwa i/lub datę zakończenia działalności gospodarczej** oraz wielkość przedsiębiorstwa mierzoną liczbą osób pracujących podaną przedziałowo (do 9, 10—49, 50 i więcej).

Rys. 1. Konstrukcja tablic kohortowych i przekrojowych



Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^a (rok) $\{t^*, t^* + 1\}$	Przedsiębiorstwa			Ocena prawdopodobieństwa				Ocena intensywność (hazard) $\hat{h}_t$
		które dotrwały n_t	zlikwidowane z_t	cenzurowane c_t	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_t$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_t$	dotrwania przedsię- biorstwa $\hat{F}_t$	przetrvania przedsię- biorstwa $\hat{S}_t$	
x	x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	
0	0	14896	823	0	0,0552	0,9448	0,0552	0,9448	0,0568
1	1	14073	825	0	0,0586	0,9414	0,1106	0,8894	0,0639
2	2	13248	598	0	0,0451	0,9549	0,1508	0,8492	0,0519
3	3	12650	619	0	0,0489	0,9511	0,1923	0,8077	0,0591
4	4	12031	1001	0	0,0832	0,9168	0,2595	0,7405	0,1075
5	5	11030	1101	0	0,0998	0,9002	0,3334	0,6666	0,1419
6	6	9929	674	0	0,0679	0,9321	0,3787	0,6213	0,1054
7	7	9255	973	0	0,1051	0,8949	0,4440	0,5560	0,1786
8	8	8282	1365	0	0,1648	0,8352	0,5356	0,4644	0,3231
9	9	6917	472	0	0,0682	0,9318	0,5673	0,4327	0,1521
10	10	6445	559	0	0,0867	0,9133	0,6049	0,3951	0,2096
11	11	5886	450	0	0,0765	0,9235	0,6351	0,3649	0,2012
12	12	5436	398	0	0,0732	0,9268	0,6618	0,3382	0,2083
13	13	5038	328	0	0,0651	0,9349	0,6838	0,3162	0,1990
14	14	4710	96	4614	0,0204	0,9796	0,6903	0,3097	0,0651



Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^a (rok) $\{t^*, t^* + 1\}$	Przedsiębiorstwa		Ocena prawdopodobieństwa				Ocena intensywności (hazard) $\hat{h}_t$
		które dotrwały n_t	zlikwidowane	likwidacji	przetrvania	dotrwania	przetrvania	
			z_t	przedsiębiorstwa $\hat{f}_t$	przedsiębiorstwa $\hat{p}_t$	przedsię- biorstwa $\hat{F}_t$	przedsię- biorstwa $\hat{S}_t$	
z okresu numer / z przedziału czasu								
x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	
0	0	7774	1050	0,1351	0,8649	0,1351	0,8649	0,1448
1	1	6724	1184	0,1761	0,8239	0,2874	0,7126	0,2232
2	2	5540	1035	0,1868	0,8132	0,4205	0,5795	0,2892
3	3	4505	823	0,1827	0,8173	0,5264	0,4736	0,3469
4	4	3682	693	0,1882	0,8118	0,6155	0,3845	0,4387
5	5	2989	518	0,1733	0,8267	0,6821	0,3179	0,4935
6	6	2471	420	0,1700	0,8300	0,7362	0,2638	0,5844
7	7	2051	351	0,1711	0,8289	0,7813	0,2187	0,7094
8	8	1700	652	0,3835	0,6165	0,8652	0,1348	2,1700
9	9	1048	321	0,3063	0,6937	0,9065	0,0935	2,6830
10	10	727	307	0,4223	0,5777	0,9460	0,0540	5,7242
11	11	420	141	0,3357	0,6643	0,9641	0,0359	7,4674
12	12	279	67	0,2401	0,7599	0,9727	0,0273	7,6044
13	13	212	33	0,1557	0,8443	0,9770	0,0230	6,1898
14	14	179	14	0,0782	0,9218	0,9788	0,0212	3,5350
15	15	165	12	0,0727	0,9273	0,9803	0,0197	3,5559
16	16	153	12	0,0784	0,9216	0,9819	0,0181	4,1478
17	17	141	15	0,1064	0,8936	0,9838	0,0162	6,1949
18	18	126	23	0,1825	0,8175	0,9868	0,0132	12,3936
19	19	103	16	0,1553	0,8447	0,9888	0,0112	12,7117
20	20	87	9	0,1034	0,8966	0,9900	0,0100	9,7480
21	21	78	8	0,1026	0,8974	0,9910	0,0090	10,7748
22	22	70	8	0,1143	0,8857	0,9920	0,0080	13,4615
23	23	62	7	0,1129	0,8871	0,9929	0,0071	15,0036
24	24	55	8	0,1455	0,8545	0,9940	0,0060	22,1718

Źródło: opracowanie własne.

Tablice kohortowe
2001-2015:

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurc c_i
		w okresie		

x	x	x	x	
0	0	19270	1325	0
1	1	17945	1813	0
2	2	16132	2068	0

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurc c_i
		w okresie		

x	x	x	x	
0	0	22734	1485	0
1	1	21249	2450	0
2	2	18799	2255	0

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzuro c_i
		w okresie		

x	x	x	x	
0	0	21227	1494	0
1	1	19733	2329	0
2	2	17404	2305	0

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzuro c_i
		w okresie		

x	x	x	x	
0	0	19940		
1	1	18728		
2	2	17002		

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Prze		
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cei
		w ok		

x	x	x	x	
0	0	19049	1165	
1	1	17884	1882	
2	2	16002	1867	
3	3	14135	576	

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^a (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa			Ocena prawdopodobieństwa				Ocena intensywności hazardu $\hat{h}_i$
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurowane c_i	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_i$	dotrwania przedsiębiorstwa $\hat{F}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{S}_i$	
			w okresie numer / w przedziale czasu						

x	x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	17122	1621	0	0,0947	0,9053	0,0947	0,9053	0,0994
1	1	15501	1891	0	0,1220	0,8780	0,2051	0,7949	0,1435

2	Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^a (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa			Ocena prawdopodobieństw			
3			które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurowane c_i	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_i$	dotrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_i$	przetrvani przedsię- biorstwa $\hat{S}_i$
4									
5									
6									
7	w okresie numer / w przedziale czasu								
8									

	9	x	x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000
0		0	0	16054	1729	0	0,1077	0,8923	0,1077	0,8923
0		1	1	14325	2106	0	0,1470	0,8530	0,2389	0,7611

0		2	Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^a (rok) $\{t^*, t^* + 1\}$	Przedsiębiorstwa			Ocena prawdopodobieństwa			dotr przed biors $\hat{f}_i$
forstwa		3			które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurowane c_i	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_i$		
ne	cenzurc c_i	4									
		5									
		6									
		7									
		8									
w okresie numer / w przedziale czasu											

w okresie		9	x	x	x	x	x	x	0
x		10	0	0	13261	1049	0	0,0791	0,9209
1485	0		1	1	12212	1700	0	0,1392	0,8608

2450	0	2	Numer okresu t Początek przedziału czasu trwania^a (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa			Ocena praw	
2255	0	3		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurowane c_i	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_i$	przet przedsiębior
Przedsiębiorstwa		4						
zlikwidowane z_i	cenzuro c_i	5						
		6						
		7						
		8						
		w okresie numer / w przedziale czasu						

		9	x	x	x	x	x	x
	w okresie	10	0	0	13646	890	0	0,0652
x	x	11	1		Początek	Przedsiębiorstwa		
			2					

1	1494	0	2	Numer okresu t	przedziału czasu trwania ^a (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurowane c_i	likwidacji przedsiębiorstwa f_i
3	2329	0	3						
4	2305	0	4						
			5						
tek	Przedsiębiorstwa			6			w okresie numer / w przedziale		
iału				7					
su	które	zlikwidowane	cenzuro	8	x	x	x	x	x
ia ^a	dotrwały	z_i	c_i	9	0	0	0	0	0

																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	</
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

Numer okresu		czasu trwania ^a (rok)		które dotrwały		zlikwidowane		cenzurowane	
t		$\langle t^*, t^* + 1 \rangle$		n_i		z_i		c_i	
0	18751	1267	0	4					
1	17484	1933	0	5					
2	15551	2251	0	6					
Numer okresu	Początek przedziału czasu	Przedsiębiorstwa			lik przed:	w okresie numer			
		które	zlikwidowane	cenzurowane					
					x	x	x	x	
					0	0	14896	823	
					1	1	14073	825	

t	trwania" (rok)	dotrwały n _i	z _i	c _i	p _i	p _i · z _i	p _i · c _i	p _i · p _i	p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · z _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · c _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i	p _i · z _i	p _i · c _i	p _i · p _i	p _i · z _i	p _i · c _i	p _i · p _i	p _i · z _i	p _i · c _i	p _i · p _i	p _i · z _i	p _i · c _i	p _i · p _i	p _i · z _i	p _i · c _i	p _i · p _i	p _i · z _i	p _i · c _i	p _i · p _i	p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i · p _i
---	-------------------	----------------------------	----------------	----------------	----------------	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	--	--	--	---	---	---	---

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurowane c_i
		w okresie numer		

x	x	x	x	184
0	0	18908	429	

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Pr		
		które dotrwały n_i	zlikw	

x	x	x	x	
0	0	19396		
1	1	18533		

Wybrane tablice przekrojowe 2001-2005:

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		Ocena prawdopodobieństwa				Ocena intensywności (hazard) $\hat{h}_i$
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_i$	dotrwania przedsiębiorstwa $\hat{P}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{S}_i$	
x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	7774	1050	0,1351	0,8649	0,1351	0,8649	0,1448
1	1	6724	1184	0,1761	0,8239	0,2874	0,7126	0,2232
2	2	5540	1035	0,1868	0,8132	0,4205	0,5795	0,2892

x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	7774	1050	0,1351	0,8649	0,1351	0,8649	0,1448
1	1	6724	1184	0,1761	0,8239	0,2874	0,7126	0,2232
2	2	5540	1035	0,1868	0,8132	0,4205	0,5795	0,2892

10	10	727	x	x	x	x	x		
11	11	420	0	0	5820	796	0,1368	0,8	
12	12	279	1	1	5024	862	0,1716	0,8	
13	13	212	2	2	4162	Numer okresu t	Początek przedziału trwania ^a (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa	
14	14	179	3	3	3517			które dotrwały n_i	zlikwidow z_i
15	15	165	4	4	2922				
16	16	153	5	5	2425				
17	17	141	6	6	1989				
18	18	126	7	7	1666				
19	19	103	8	8	1429				
20	20	87	9	9	1176				
21	21	78	10	10	750				
22	22	70	11	11	527				
23	23	62	12	12	291				
24	24	55	13	13	202				

x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	5820	796	0,1368	0,8632	0,1368	0,8632	0,1468
1	1	5024	862	0,1716	0,8284	0,2849	0,7151	0,2174

2	2	4162						
3	3	3517						
4	4	2922						
5	5	2425						
6	6	1989						
7	7	1666						
8	8	1429						
9	9	1176						
10	10	750						
11	11	527						
12	12	291						
13	13	202						
14	14	162						
15	15	150						
16	16	129						
17	17	119						
18	18	106						
19	19	95						
20	20	80						
21	21	68						
22	22	60						
23	23	47						
24	24	35						

17	17	119						
18	18	106						
19	19	95						
20	20	80						
21	21	68						
22	22	60						
23	23	47						
24	24	35						

Przedsiębiorstwa		Ocena prawdopodobieństw				Ocena intensywności (hazard)		
zlikwidowane z_i	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_i$	dotrwania przedsiębiorstwa $\hat{P}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{S}_i$				
z okresu numer / z przedziału czasu								
x	x	x	0,0000	1,0000	x			
813	0,1212	0,8788	0,1212	0,8788	0,1290			
841	0,1427	0,8573	0,2466	0,7534	0,1748			

x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	6708	813	0,1212	0,8788	0,1212	0,8788	0,1290
1	1	5895	841	0,1427	0,8573	0,2466	0,7534	0,1748

x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	7507	944	0,1257	0,8743	0,1257	0,8743	0,1342
1	1	6563	904	0,1377	0,8623	0,2462	0,7538	0,1692
2	2	5659	667	0,1179	0,8821	0,3350	0,6650	0,1661
3	3	4992	594	0,1190	0,8810	0,4141	0,5859	0,1903
4	4	4398	509	0,1157	0,8843	0,4820	0,5180	0,2097
5	5	3889	577	0,1484	0,8516	0,5588	0,4412	0,3093

x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	7507	944	0,1257	0,8743	0,1257	0,8743	0,1342
1	1	6563	904	0,1377	0,8623	0,2462	0,7538	0,1692
2	2	5659	667	0,1179	0,8821	0,3350	0,6650	0,1661
3	3	4992	594	0,1190	0,8810	0,4141	0,5859	0,1903
4	4	4398	509	0,1157	0,8843	0,4820	0,5180	0,2097
5	5	3889	577	0,1484	0,8516	0,5588	0,4412	0,3093
6	6	3312	510	0,1540	0,8460	0,6267	0,3733	0,3781
7	7	2802	456	0,1627	0,8373	0,6875	0,3125	0,4746
8	8	2346	378	0,1611	0,8389	0,7378	0,2622	0,5608
9	9	1968	309	0,1570	0,8430	0,7790	0,2210	0,6500
10	10	1659	271	0,1634	0,8366	0,8151	0,1849	0,8049
11	11	1388	528	0,3804	0,6196	0,8854	0,1146	2,5406
12	12	860	274	0,3186	0,6814	0,9219	0,0781	3,3081
13	13	586	240	0,4096	0,5904	0,9539	0,0461	6,5977
14	14	346	109	0,3150	0,6850	0,9684	0,0316	8,1129
15	15	237	51	0,2152	0,7848	0,9752	0,0248	7,6380
16	16	186	17	0,0914	0,9086	0,9775	0,0225	3,8655
17	17	169	19	0,1124	0,8876	0,9800	0,0200	5,2914
18	18	150	15	0,1000	0,9000	0,9820	0,0180	5,2681
19	19	135	10	0,0741	0,9259	0,9833	0,0167	4,2775
20	20	125	13	0,1040	0,8960	0,9851	0,0149	6,5884
21	21	112	10	0,0893	0,9107	0,9864	0,0136	6,2642
22	22	102	10	0,0980	0,9020	0,9877	0,0123	7,5874
23	23	92	13	0,1413	0,8587	0,9895	0,0105	12,4067
24	24	79	13	0,1646	0,8354	0,9912	0,0088	17,0390

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		Ocena prawdopodobieństwa				Ocena intensywności (hazard) $\hat{h}_i$
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_i$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_i$	dotrwania przedsię- biorstwa $\hat{P}_i$	przetrvania przedsię- biorstwa $\hat{S}_i$	

x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	9753	1267	0,1299	0,8701	0,1299	0,8701	0,1389
1	1	8486	1228	0,1447	0,8553	0,2558	0,7442	0,1793
2	2	7258	828	0,1141	0,8859	0,3407	0,6593	0,1626
3	3	6430	730	0,1135	0,8865	0,4156	0,5844	0,1826
4	4	5700	689	0,1209	0,8791	0,4862	0,5138	0,2201
5	5	5011	663	0,1323	0,8677	0,5542	0,4458	0,2758
6	6	4348	636	0,1463	0,8537	0,6194	0,3806	0,3540
7	7	3712	608	0,1638	0,8362	0,6817	0,3183	0,4687
8	8	3104	517	0,1666	0,8334	0,7347	0,2653	0,5709
9	9	2587	425	0,1643	0,8357	0,7783	0,2217	0,6748
10	10	2162	364	0,1684	0,8316	0,8156	0,1844	0,8293
11	11	1798	335	0,1863	0,8137	0,8500	0,1500	1,1145
12	12	1463	540	0,3691	0,6309	0,9054	0,0946	3,0175
13	13	923	279	0,3023	0,6977	0,9340	0,0660	3,7627
14	14	644	237	0,3680	0,6320	0,9583	0,0417	6,8301
15	15	407	114	0,2801	0,7199	0,9700	0,0300	7,8051
16	16	293	65	0,2218	0,7782	0,9766	0,0234	8,3057
17	17	228	30	0,1316	0,8684	0,9797	0,0203	6,0248
18	18	198	17	0,0859	0,9141	0,9814	0,0186	4,4189
19	19	161	18	0,0994	0,9006	0,9833	0,0167	5,6390
20	20	101	18	0,1104	0,8896	0,9851	0,0149	6,9936
21	21	101	15	0,1034	0,8966	0,9867	0,0133	7,3377
22	22	101	17	0,1308	0,8692	0,9884	0,0116	10,4971
23	23	101	18	0,1593	0,8407	0,9903	0,0097	14,9382
24	24	101	12	0,1263	0,8737	0,9915	0,0085	13,8422

4. Wyniki kohortowych i przekrojowych tablic trwania przedsiębiorstw w województwie łódzkim w latach 2001-2015

Fragment tablicy kohortowej przedsiębiorstw powstałych w 2001 r.

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^o (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa			Ocena prawdopodobieństw				Ocena intensywności (hazard) $\hat{h}_t$
		które dotrwały n_t	zlikwidowane z_t	cenzurowane c_t	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_t$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{p}_t$	dotrwania przedsiębiorstwa $\hat{F}_t$	przetrvania przedsiębiorstwa $\hat{S}_t$	
			w okresie numer / w przedziale czasu						
x	x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	14896	823	0	0,0552	0,9448	0,0552	0,9448	0,0568
1	1	14073	825	0	0,0586	0,9414	0,1106	0,8894	0,0639
2	2	13248	598	0	0,0451	0,9549	0,1508	0,8492	0,0519
3	3	12650	619	0	0,0489	0,9511	0,1923	0,8077	0,0591
4	4	12031	1001	0	0,0832	0,9168	0,2595	0,7405	0,1075

Interpretacja wyników dla okresu numer 2, który odpowiada przedziałowi czasu trwania przedsiębiorstw $\langle 2,3 \rangle$ lata – **trzeci rok działalności (od momentu powstania)**.

Naliczanie tablic kohortowych jest możliwe np. w programie *STATISTICA*.

Spośród **14896** przedsiębiorstw powstałych w 2001 r. do początku okresu numer 2, tj. przedziału czasu trwania $\langle 2,3 \rangle$, a więc do początku trzeciego roku działalności dotrwało **13248** jednostek.

W przedziale czasu $\langle 2,3 \rangle$, a więc w trzecim roku działalności zlikwidowało się **598** jednostek, ocena prawdopodobieństwa likwidacji przedsiębiorstw w trzecim roku funkcjonowania wyniosła **0,0451**, tym samym prawdopodobieństwo przetrwania trzeciego roku wynosi **0,9549**.

Ocena prawdopodobieństwa $\hat{F}_2$ dotrwania przedsiębiorstwa (od momentu powstania) co najwyżej do końca okresu numer 2, tj. przedziału czasu trwania $\langle 2,3 \rangle$, a więc do końca trzeciego roku działalności wyniosła **0,1508**.

Ocena prawdopodobieństwa $\hat{S}_2$ przetrwania przedsiębiorstwa (od momentu powstania) okresu numer 2, tj. przedziału czasu $\langle 2,3 \rangle$, a więc przetrwania na rynku dłużej niż trzy lata wyniosła **0,8492**.

Funkcja hazardu informuje jaki jest chwilowy potencjał do wystąpienia zdarzenia likwidacji przedsiębiorstwa, pod warunkiem, że dotrwało ono do początku okresu numer 2, tj. przedziału czasu $\langle 2,3 \rangle$. Ryzyko jednostki na doznanie zdarzenia likwidacji $\hat{h}_2$ wyniosło **0,0519**.

Fragment tablicy przekrojowej przedsiębiorstw zlikwidowanych w 2001 r.

Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^a (rok) $\langle t^*, t^* + 1 \rangle$	Przedsiębiorstwa		Ocena prawdopodobieństw				Ocena intensywności (hazard) $\hat{h}_t$
		które dotrwały n_t	zlikwidowane z_t	likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_t$	przetrwania przedsiębiorstwa $\hat{p}_t$	dotrwania przedsiębiorstwa $\hat{F}_t$	przetrwania przedsiębiorstwa $\hat{S}_t$	
				z okresu numer / z przedziału czasu				
x	x	x	x	x	x	0,0000	1,0000	x
0	0	7774	1050	0,1351	0,8649	0,1351	0,8649	0,1448
1	1	6724	1184	0,1761	0,8239	0,2874	0,7126	0,2232
2	2	5540	1035	0,1868	0,8132	0,4205	0,5795	0,2892
3	3	4505	823	0,1827	0,8173	0,5264	0,4736	0,3469
4	4	3682	693	0,1882	0,8118	0,6155	0,3845	0,4387

Interpretacja wyników np. dla okresu numer 2, który odpowiada przedziałowi czasu trwania przedsiębiorstw $\langle 2,3 \rangle$ lata – **trzeci rok działalności (do momentu likwidacji)**.

Spośród **7774** przedsiębiorstw, które zostały zlikwidowane w 2001 r., do okresu $\langle 2,3 \rangle$ lata przed likwidacją dotrwało **5540** przedsiębiorstw – w okresie $\langle 2,3 \rangle$ przed likwidacją funkcjonowało **5540** jednostek.

Liczba przedsiębiorstw zaliczanych do zlikwidowanych w 2001 r., a pochodzących z okresu $\langle 2,3 \rangle$ lata przed likwidacją wyniosła **1035**.

Ocena **prawdopodobieństwa likwidacji** w 2001 r. przedsiębiorstw pochodzących z przedziału czasu $\langle 2,3 \rangle$ lata przed likwidacją wyniosło **0,1868**, natomiast ocena **prawdopodobieństwa przetrwania** przez jednostki przedziału czasu $\langle 2,3 \rangle$ lata wyniosła **0,8132** – nie będą należały do tego przedziału czasu trwania – będą pochodziły z późniejszego okresu niż z przedziału czasu $\langle 2,3 \rangle$ przed likwidacją.

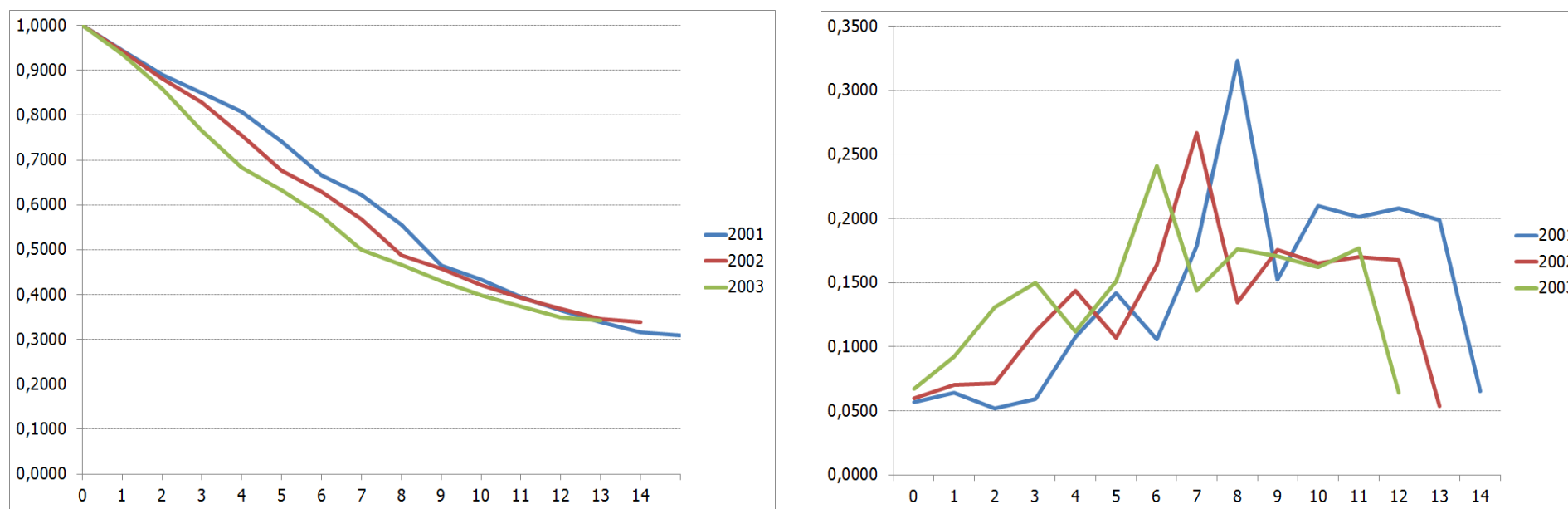
Ocena **prawdopodobieństwa dotrwania** przedsiębiorstw zlikwidowanych w 2001 r. najwyżej do przedziału czasu $\langle 2,3 \rangle$ przed likwidacją, a więc prawdopodobieństwo ich funkcjonowania w okresie $\langle 0,3 \rangle$ lata przed likwidacją wyniosło **0,4205**, z kolei ocena **prawdopodobieństwa przetrwania** przez firmy okresu $\langle 2,3 \rangle$ lata, a więc prawdopodobieństwo ich funkcjonowania 3 lata i więcej przed likwidacją w 2001 r. wyniosła **0,5795**.

Intensywność hazardu w przedziale $\langle 2,3 \rangle$ wyniosła 0,2892, a więc o tyle zmalało prawdopodobieństwo przetrwania przez przedsiębiorstwa okresu $\langle 2,3 \rangle$ lata – w stosunku do okresu poprzedniego $\langle 1,2 \rangle$ lata. Skłonność do likwidacji wyniosła **0,2892**.

5. Prezentacja danych z wielu tablic kohortowych

Uzyskane w wyniku analizy dane z tablic kohortowych (dla przedsiębiorstw powstałych) można przedstawić graficznie w postaci **wykresów liniowych**.

Rys. 2. Ocena prawdopodobieństwa dotrwania $\hat{S}_t$ oraz funkcji hazardu $\hat{h}_t$

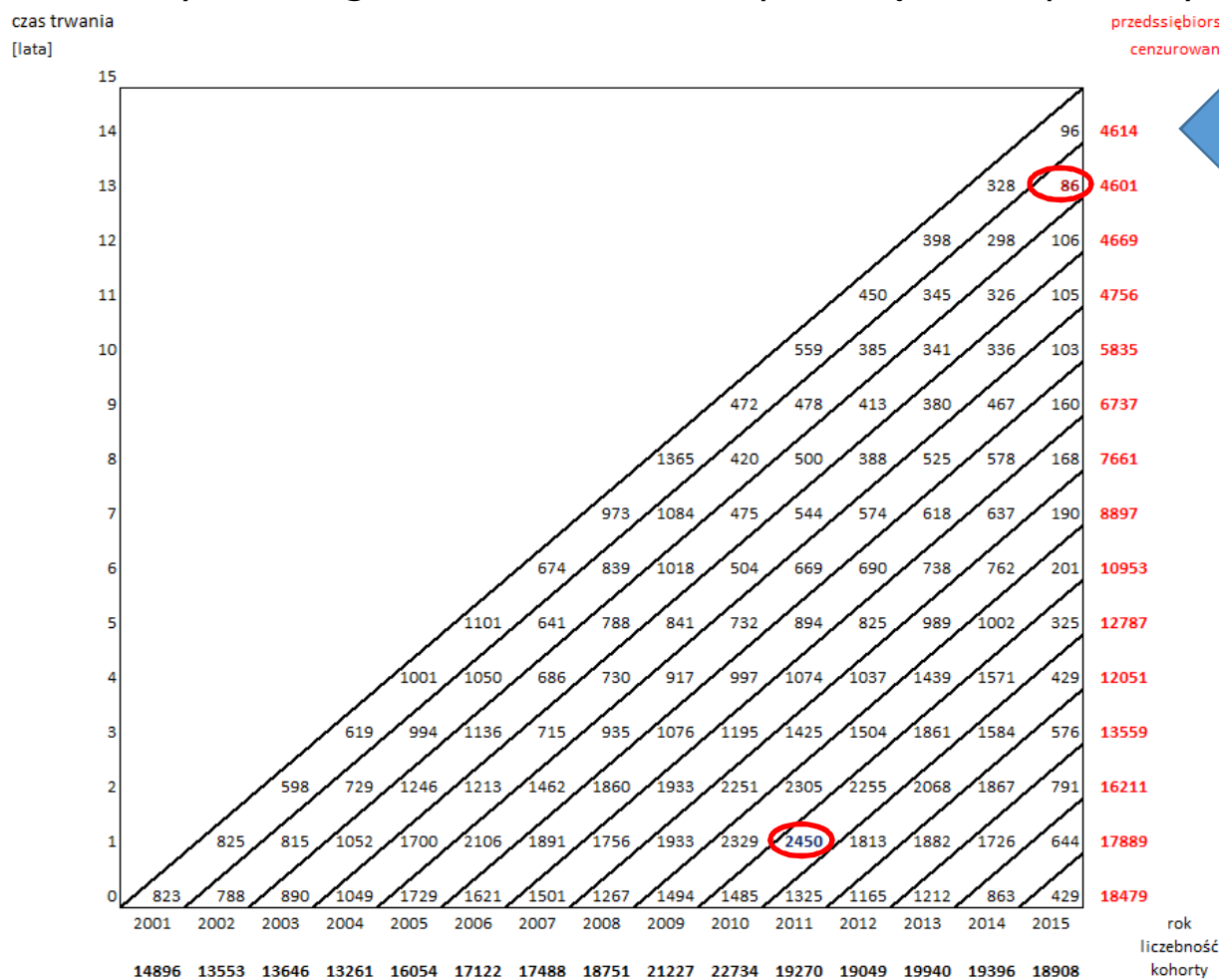


Źródło: opracowanie własne.

Na potrzeby graficznej prezentacji danych z **kohortowych tablic trwania przedsiębiorstw** można wykorzystać diagram **Lexisa** z pewnymi modyfikacjami.

Na osi odciętych (x) zaznaczono **czas kalendarzowy** – jest to czas [rok] powstania kohorty. Pod osią czasu umieszczono wyjściowe **liczebności kohort**. Na osi rzędnych (y) przedstawiono **czas trwania** kohorty [lata].

Rys. 3. Diagram Lexisa dla kohort przedsiębiorstw powstałych w latach 2001-2015



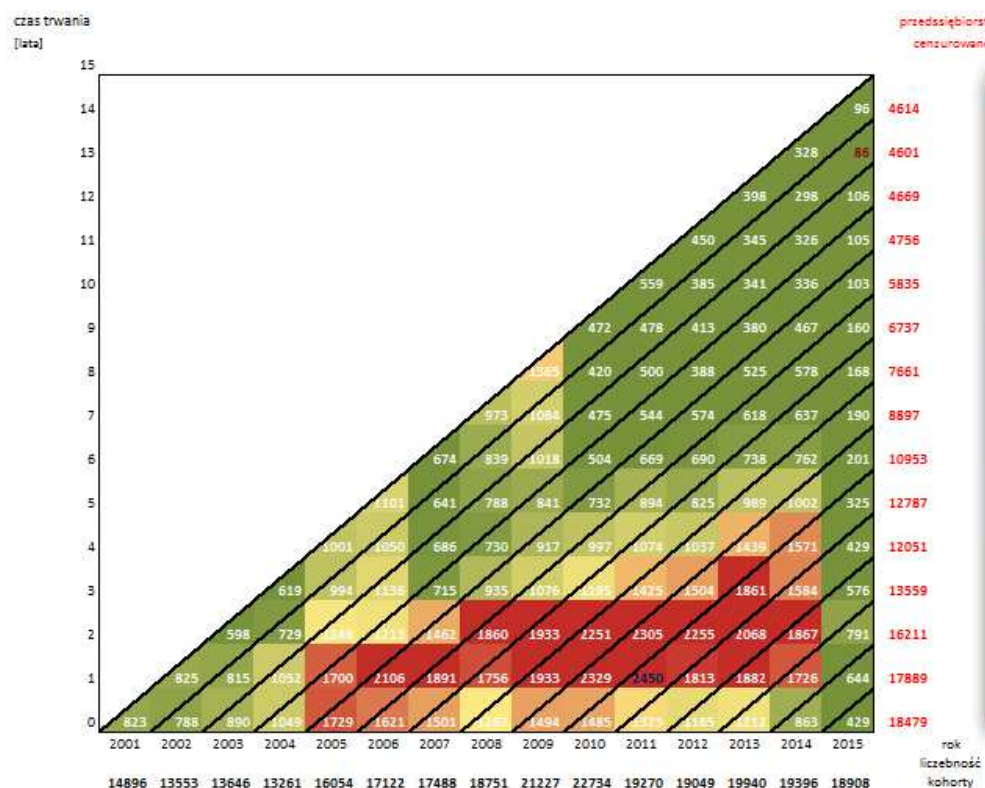
Numer okresu t	Początek przedziału czasu trwania ^a (rok) $(t^*, t^* + 1)$	Przedsiębiorstwa		
		które dotrwały n_i	zlikwidowane z_i	cenzurowane c_i
			w okresie numer / w	
x	x	x	x	x
0	0	14896	823	0
1	1	14073	825	0
2	2	13248	598	0
3	3	12650	619	0
4	4	12031	1001	0
5	5	11030	1101	0
6	6	9929	674	0
7	7	9255	973	0
8	8	8282	1365	0
9	9	6917	472	0
10	10	6445	559	0
11	11	5886	450	0
12	12	5436	398	0
13	13	5038	328	0
14	14	4710	96	4614

Źródło: opracowanie własne Excel.

We wnętrzu diagramu umieszczono **liczebności firm zlikwidowanych** w rocznych przedziałach czasu – dane te **nie mogą być przełożone na konkretny moment czasu kalendarzowego**.

Dane o poszczególnych **kohortach** znajdują się pomiędzy pogrubionymi ukośnymi liniami. Dodatkowo poza okresem analizy podano liczbę obserwacji **cenzurowanych**.

Diagram ten umożliwia szybkie porównywanie liczby jednostek zlikwidowanych w ramach analizowanych kohort.



Edytowanie reguły formatowania

Wybierz typ reguły:

- Formatuj wszystkie komórki na podstawie ich wartości
- Formatuj tylko komórki zawierające
- Formatuj tylko wartości sklasyfikowane jako pierwsze i ostatnie
- Formatuj tylko wartości powyżej lub poniżej średniej
- Formatuj tylko wartości unikatowe lub zduplikowane
- Użyj formuły do określenia komórek, które należy sformatować

Edytuj opis reguły:

Formatuj wszystkie komórki na podstawie ich wartości:

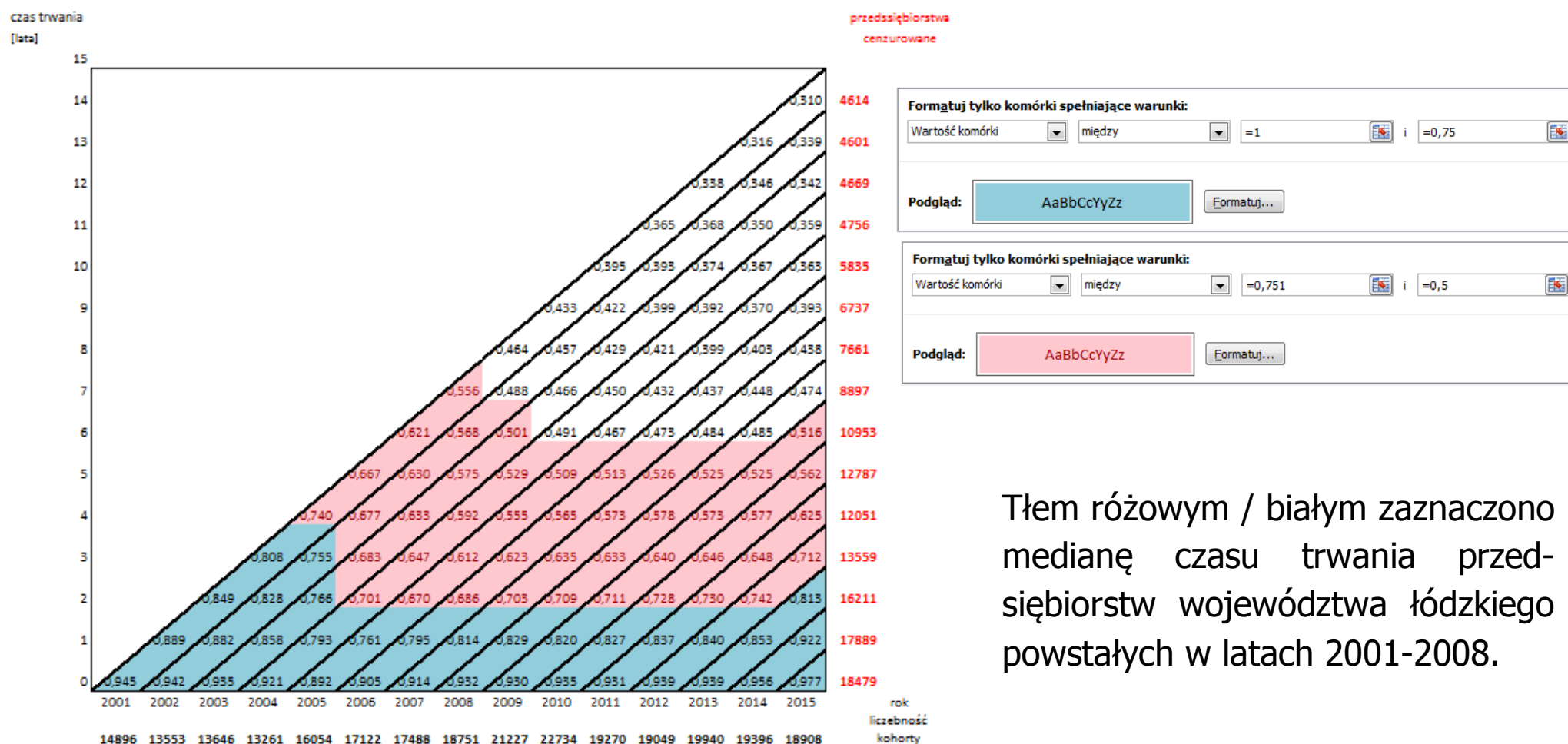
Styl formatowania: Skala 3-kolorowa

	Minimum	Punkt środkowy	Maksimum
Typ:	Procent	Procent	Procent
Wartość:	25	50	75
Kolor:			

Podgląd:

OK Anuluj

Na diagramie Lexisa można również przedstawić wartości innych funkcji tablicowych – przykładowo **funkcji przetrwania** przedsiębiorstwa $\hat{S}_t$ (krzywa przeżycia).



Tłem różowym / białym zaznaczono medianę czasu trwania przedsiębiorstw województwa łódzkiego powstałych w latach 2001-2008.

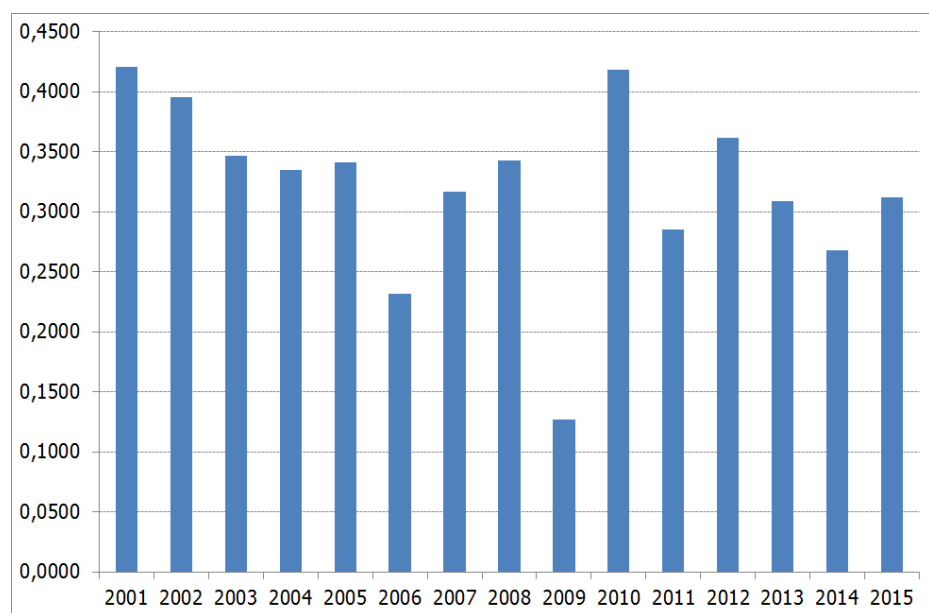
Mediana czasu trwania przedsiębiorstw [lata]:

WYSZCZEGÓLNIENIE	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Łódzkie	8,61	7,85	7,01	6,76	6,22	6,32	6,62	6,62

6. Prezentacja danych z wielu tablic przekrojowych

Uzyskane w wyniku analizy dane z **tablic przekrojowych** można przedstawić graficznie na w postaci **wykresów słupkowych** – wszystkie funkcje. Analizujemy wówczas sytuację przedsiębiorstw zlikwidowanych, które funkcjonowały np. 1,2 czy 3 lata przed likwidacją.

Rys. 4. Ocena prawdopodobieństwa dotrwania $\hat{F}_2$



Źródło: opracowanie własne.

Ocena **prawdopodobieństwa dotrwania** przedsiębiorstw zlikwidowanych w kolejnych latach 2001-2015 r. najwyżej do przedziału czasu $\langle 2,3 \rangle$ przed likwidacją, a więc ocena prawdopodobieństwa ich funkcjonowania w okresie $\langle 0,3 \rangle$ lata przed likwidacją mieściła się w przedziale od **0,127** do **0,421**.

Oszacowane prawdopodobieństwa tego, że wśród zlikwidowanych w danym roku znajdowały się jednostki funkcjonujące maksymalnie do 3 lat przed likwidacją.

7. Łączna prezentacja danych z wielu tablic kohortowych i przekrojowych

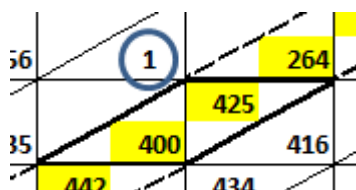
Na potrzeby graficznej prezentacji **jednocześnie danych z tablic kohortowych i przekrojowych** trwania przedsiębiorstw można wykorzystać diagram zbudowany na bazie siatki demograficznej **Lexisa-Pressata**.

Siatkę tworzą **trójkąty** prezentujące trójwymiarową przestrzeń:

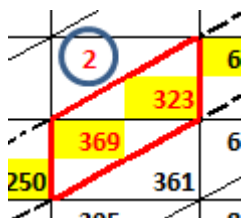
- czas trwania (w latach, jednostka 1 rok),
- kohorta (przedsiębiorstwa powstałe w poszczególnych latach, jeden rok),
- rok kalendarzowy (lata, jednostka 1 rok).

Trójkąt górny – kąt prosty u góry, **trójkąt dolny** – kąt prosty u dołu.

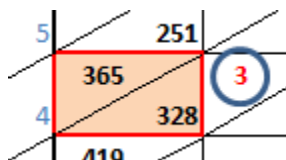
Łącząc 2 trójkąty można przedstawić trzy podstawowe rodzaje zbiorowości przedsiębiorstw **zlikwidowanych**:



zbiorowość I rodzaju $(400 + 425) = 825$ firm jednej kohorty z 2001 r., zlikwidowane w jednym roku trwania (drugim) i w ciągu dwóch lat kalendarzowych (w latach 2002-2003) – **dane z tablicy kohortowej**,



zbiorowość II rodzaju $(369 + 323) = 692$ firm jednej kohorty z 2001 r., zlikwidowane w jednym roku kalendarzowym (w 2005 r.) i w ciągu dwóch lat trwania (czwartym i piątym) – **dane z tablicy kohortowej**,



zbiorowość III rodzaju $(328 + 365) = 693$ firm dwóch kohort (z 1996 i 1997 r.), zlikwidowane w jednym roku trwania (piątym) i w ciągu jednego roku kalendarzowego (2001 r.) **dane z tablicy przekrojowej**.

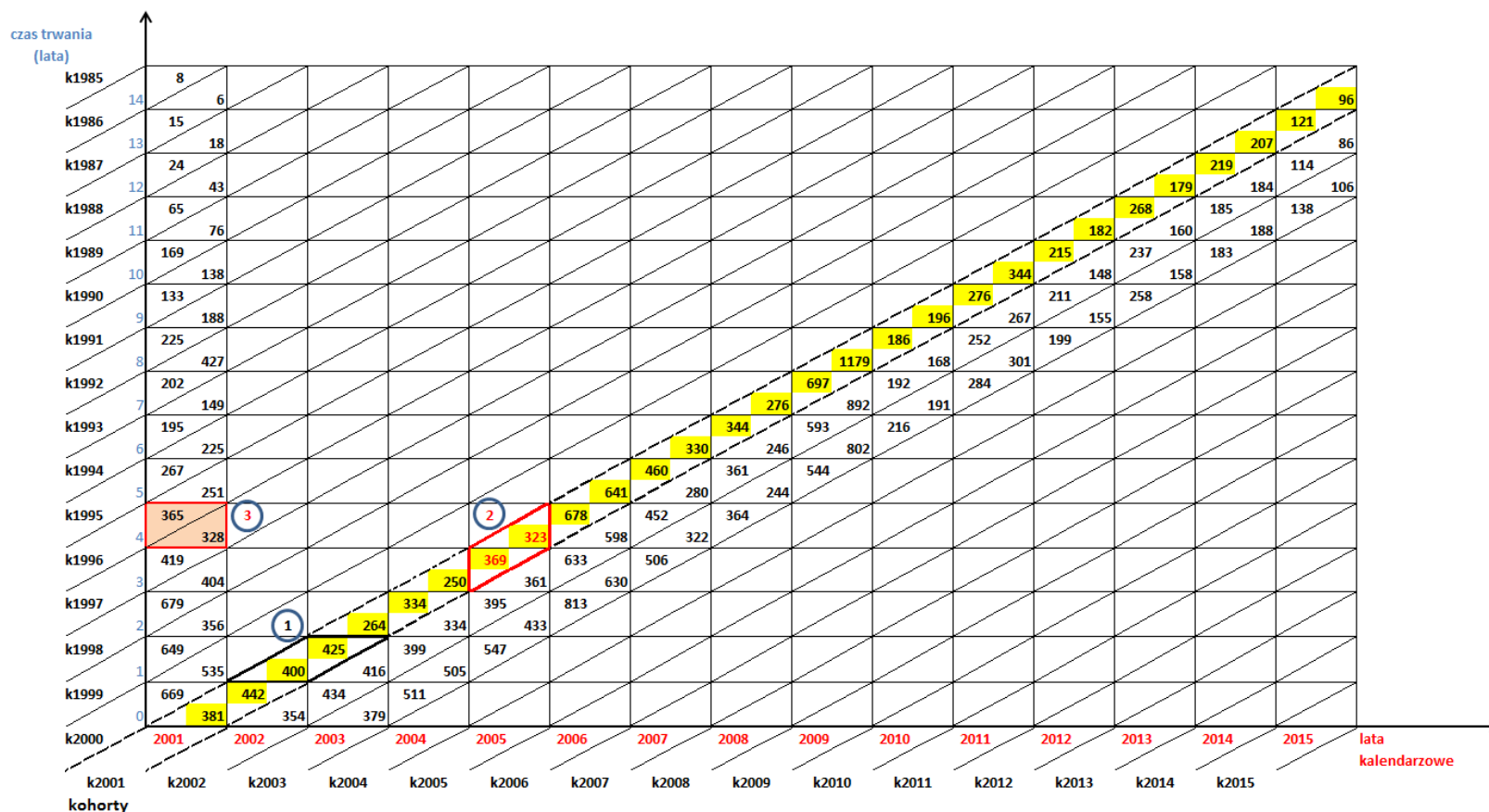


Diagram Lexisa-Pressata

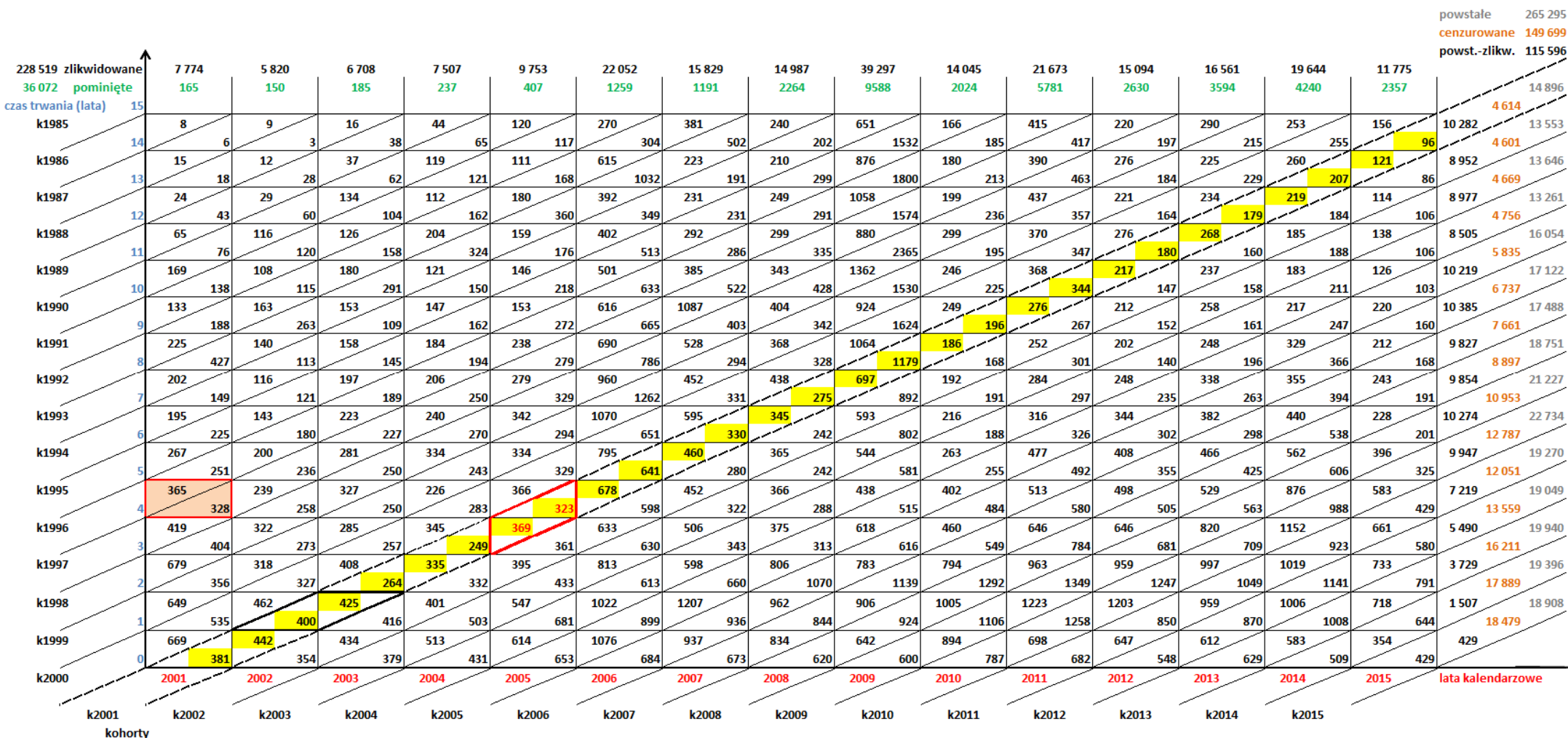


Diagram dla tablic kohortowych i przekrojowych przedsiębiorstw województwa łódzkiego

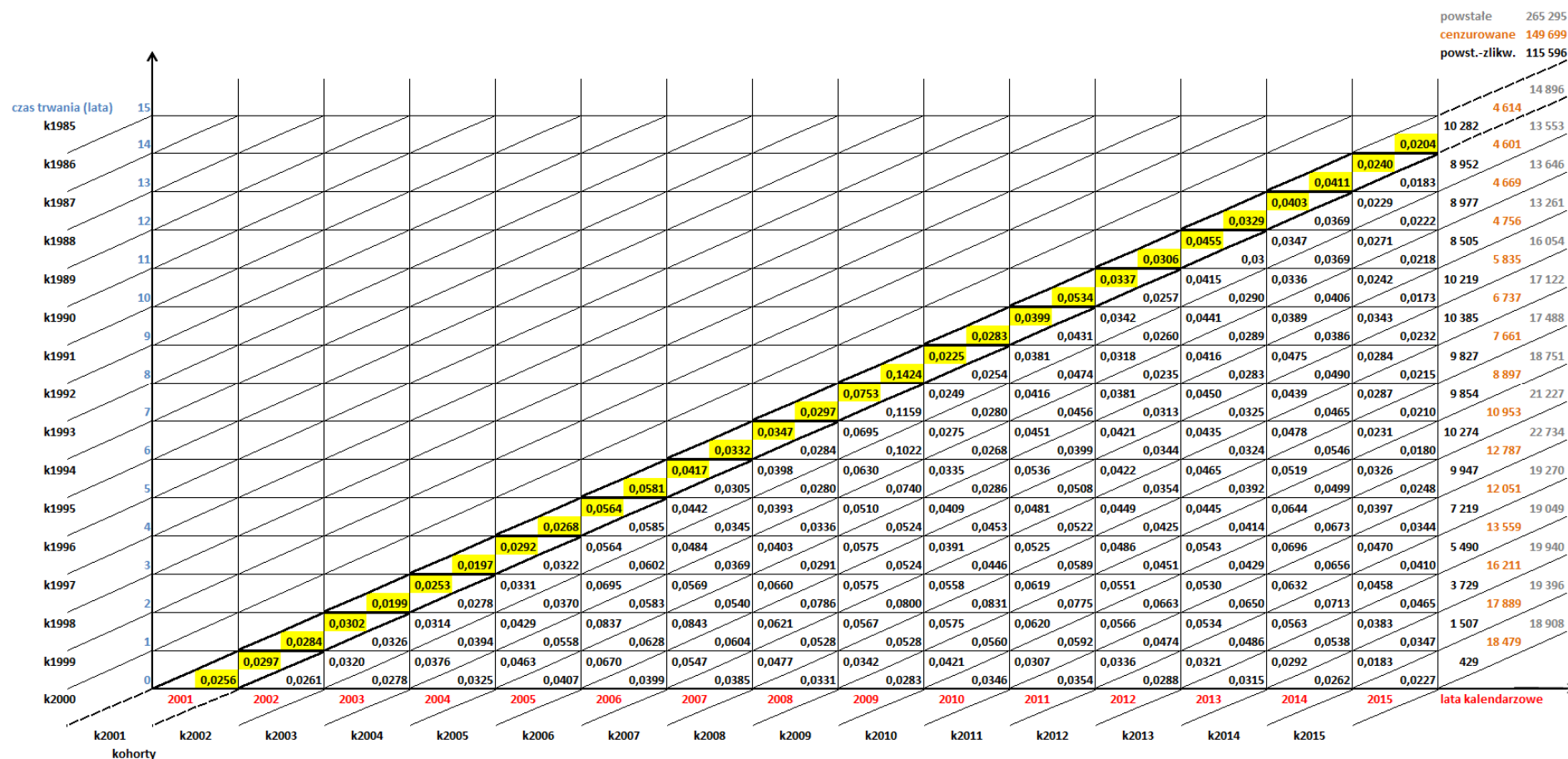
Sposób konstrukcji diagramu Lexisa-Pressata w Excelu:

- Dla każdej tablicy **kohortowej** należy połączyć „przeliczone” dane jednostkowe o przedsiębiorstwach (data powstania, data zakończenia, czas własny 0,1,2...) **z czasem kalendarzowym, tj. rokiem zakończenia działalności (likwidacji).**
- Za pomocą tablicy przestawnej w Excelu uzyskać liczby „na przekątnej diagramu”.
- Dla każdej tablicy **przekrojowej** należy połączyć „przeliczone”, dane jednostkowe o przedsiębiorstwach (data powstania, data zakończenia, czas własny 0,1,2...) **z czasem kalendarzowym, tj. rokiem powstania firmy.**
- Za pomocą tablicy przestawnej w Excelu uzyskać liczby „w kolumnie diagramu”.
- Wyniki uzyskane ww. sposobami będą zgodne (liczba przedsiębiorstw zlikwidowanych).

Dzięki znajomości tablic przekrojowych można rozszacować wartości z tablic kohortowych na diagramie Lexisa-Pressata – nie tylko dla przedsiębiorstw zlikwidowanych.

W siatce **Lexisa-Pressata** można również przedstawić wartości innych funkcji tablicowych – przykładowo **funkcji likwidacji** przedsiębiorstwa $\hat{f}_t$.

Wersja I (funkcja likwidacji $\hat{f}_t$ dla kohort)



Źródło: opracowanie własne Excel.

Wersja II (funkcja likwidacji $\hat{f}_t$ dla przekrojów)

228 519 zlikwidowane 36 072 pominięte czas trwania (lata)		7 774 165	5 820 150	6 708 185	7 507 237	9 753 407	22 052 1259	15 829 1191	14 987 2264	39 297 9588	14 045 2024	21 673 5781	15 094 2630	16 561 3594	19 644 4240	11 775 2357
k1985	15	0,0447	0,0556	0,0669	0,1272	0,1863	0,1473	0,1837	0,0887	0,0553	0,0699	0,0628	0,0722	0,0707	0,0533	0,0598
k1986	14	0,0335	0,0185	0,1590	0,1879	0,1817	0,1658	0,2420	0,0746	0,1302	0,0779	0,0631	0,0647	0,0525	0,0537	0,0368
k1987	13	0,0708	0,0594	0,1095	0,2031	0,1203	0,1767	0,0896	0,0653	0,0606	0,0650	0,0522	0,0787	0,0494	0,0499	0,0430
k1988	12	0,0860	0,0997	0,2326	0,1302	0,1230	0,0929	0,0783	0,0663	0,0619	0,0621	0,0529	0,0568	0,0471	0,0390	0,0375
k1989	11	0,1548	0,2201	0,1465	0,1470	0,0884	0,0783	0,0828	0,0681	0,0433	0,0809	0,0412	0,0635	0,0497	0,0309	0,0421
k1990	10	0,1810	0,2277	0,1837	0,2334	0,0979	0,0999	0,0811	0,0763	0,1164	0,0527	0,0387	0,0635	0,0414	0,0297	0,0314
k1991	9	0,2325	0,1440	0,1352	0,0729	0,0675	0,0799	0,0868	0,0665	0,0587	0,0590	0,0380	0,0461	0,0409	0,0287	0,0359
k1992	8	0,1898	0,1533	0,2186	0,0904	0,1008	0,1010	0,1177	0,0829	0,0659	0,0540	0,0355	0,0312	0,0273	0,0330	0,0294
k1993	7	0,1269	0,1386	0,0960	0,0747	0,0591	0,0816	0,1835	0,0684	0,0359	0,0540	0,0270	0,0418	0,0416	0,0317	0,0566
k1994	6	0,1794	0,2236	0,0684	0,0823	0,1051	0,0881	0,0680	0,0579	0,0630	0,0425	0,0261	0,0299	0,0259	0,0361	0,0411
k1995	5	0,1324	0,0980	0,0833	0,0784	0,0767	0,0764	0,0783	0,0557	0,0380	0,0374	0,0234	0,0373	0,0373	0,0436	0,0497
k1996	4	0,2512	0,0791	0,0765	0,0827	0,0899	0,0871	0,0436	0,0497	0,0421	0,0338	0,0279	0,0258	0,0295	0,0485	0,0394
k1997	3	0,0985	0,0696	0,0863	0,0735	0,0752	0,0853	0,0600	0,0599	0,0236	0,0359	0,0250	0,0420	0,0466	0,0428	0,0517
k1998	2	0,0726	0,0726	0,0828	0,0892	0,0886	0,1122	0,0440	0,0376	0,0301	0,0357	0,0261	0,0398	0,0363	0,0475	0,0406
k1999	1	0,0789	0,0719	0,0816	0,0725	0,0787	0,0825	0,0704	0,0437	0,0191	0,0375	0,0263	0,0525	0,0482	0,0475	0,0444
k2000	0	0,0911	0,0905	0,0831	0,0815	0,0676	0,0552	0,0390	0,0306	0,0259	0,0327	0,0271	0,0461	0,0376	0,0580	0,0392
k2001		0,0893	0,0825	0,0861	0,0859	0,0667	0,0552	0,0500	0,0429	0,0169	0,0419	0,0368	0,0558	0,0528	0,0538	0,0677
k2002		0,0840	0,0973	0,0766	0,0625	0,0657	0,0445	0,0305	0,0284	0,0181	0,0407	0,0379	0,0486	0,0482	0,0581	0,0555
k2003		0,0991	0,0818	0,0852	0,0514	0,0642	0,0432	0,0453	0,0399	0,0132	0,0562	0,0365	0,0599	0,0533	0,0712	0,0849
k2004		0,0891	0,0883	0,0651	0,0643	0,0567	0,0381	0,0323	0,0314	0,0156	0,0676	0,0412	0,0607	0,0568	0,0803	0,0625
k2005		0,0930	0,0916	0,0650	0,0691	0,0574	0,0374	0,0468	0,0381	0,0180	0,0563	0,0417	0,0670	0,0716	0,0801	0,0815
k2006		0,0897	0,0776	0,0586	0,0499	0,0561	0,0372	0,0317	0,0318	0,0180	0,0672	0,0506	0,0706	0,0619	0,0642	0,0716
k2007		0,1226	0,0764	0,0807	0,0592	0,0544	0,0443	0,0495	0,0687	0,0216	0,0774	0,0541	0,0810	0,0739	0,0616	0,0761
k2008		0,0643	0,0786	0,0522	0,0587	0,0597	0,0334	0,0547	0,0912	0,0314	0,1260	0,0757	0,1053	0,0778	0,0690	0,0821
k2009		0,0965	0,0920	0,0721	0,0611	0,0645	0,0504	0,0849	0,0711	0,0238	0,0813	0,0603	0,0866	0,0626	0,0542	0,0653
k2010		0,0796	0,0796	0,0706	0,0766	0,0802	0,0443	0,0658	0,0624	0,0243	0,0895	0,0620	0,0612	0,0568	0,0543	0,0586
k2011		0,0861	0,0759	0,0647	0,0683	0,0630	0,0488	0,0592	0,0556	0,0163	0,0637	0,0322	0,0429	0,0370	0,0297	0,0301
k2012		0,0490	0,0608	0,0565	0,0574	0,0670	0,0310	0,0425	0,0414	0,0153	0,0560	0,0315	0,0363	0,0380	0,0259	0,0364
k2013		2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
k2014		k2001	k2002	k2003	k2004	k2005	k2006	k2007	k2008	k2009	k2010	k2011	k2012	k2013	k2014	k2015
k2015		kohorty														

Źródło: opracowanie własne Excel.

Należy w tym celu wykorzystać **wartości funkcji $\hat{f}_t$ z tablic kohortowych lub przekrojowych** oraz **ciąg liczebności n_t przedsiębiorstw**, które dotrwały na początek każdego okresu ze wszystkich tablic **kohortowych (wersja I)** lub **przekrojowych (wersja II)**.

Wyszczególnienie	Tablica kohortowa	Tablica przekrojowa
Prawdopodobieństwo likwidacji przedsiębiorstwa $\hat{f}_t$ (w okresie / z okresu numer t)	$\hat{f}_t = \frac{z_t}{n_t}$	$\hat{f}_t = \frac{z_t}{n_t}$

8. Wybrane wnioski z łącznej analizy tablic (2001-2015)

- Ocena prawdopodobieństwa likwidacji firmy **w pierwszym roku działalności** – dla kolejnych kohort przedsiębiorstw – mieściła się w przedziale od **0,023** do **0,108**.
- **Najwięcej przedsiębiorstw likwidowało się w drugim i trzecim roku** prowadzenia działalności gospodarczej – sytuacja taka występowała dla kohort z lat 2004-2012.
- **W całym analizowanym okresie 2001-2015 w trakcie drugiego i trzeciego roku** prowadzenia działalności zlikwidowało się łącznie **38,7%** firm powstałych w województwie łódzkim.
- **Mediana** czasu trwania przedsiębiorstw województwa łódzkiego dla jednostek powstałych w latach 2001-2008 **zmniejszyła się z 8,6 lat do 6,6 lat**.
- Ocena prawdopodobieństwa tego, że wśród zlikwidowanych w danym roku znajdowały się jednostki **funkcjonujące maksymalnie do 2 lat** przed likwidacją wyniosła od **0,078** do **0,287**.
- Ocena prawdopodobieństwa tego, że wśród zlikwidowanych w danym roku znajdowały się jednostki **funkcjonujące maksymalnie do 3 lat** przed likwidacją wyniosła od **0,127** do **0,421**.

9. Podsumowanie

- **Kohortowa analiza przedsiębiorstw** dostarcza informacji o czasie trwania jednostek powstałych w danym roku.
- **Przekrojowa analiza przedsiębiorstw** dostarcza informacji o czasie trwania jednostek **zlikwidowanych** w danym roku, należących do różnych kohort.
- Wyniki **tablic przekrojowych** stanowią ważne uzupełnienie informacji zawartych w tablicach kohortowych.
- Wyniki **tablic kohortowych** można prezentować graficznie na **diagramie Lexisa** – analiza różnych kohort.
- Tablice kohortowe i przekrojowe można analizować wspólnie i prezentować łącznie w ujęciu trójwymiarowym – **kompleksowa analiza czasu trwania** (**diagram Lexisa-Pressata**).
- **Połączenie tablic kohortowych i przekrojowych** dostarcza „dodatkowych”, choć niepełnych informacji o kohortach przedsiębiorstw zlikwidowanych, które powstały wcześniej – przed okresem analizy (2001-2015) – **wartość dodana analizy**.
- **Diagram Lexisa-Pressata** daje możliwość rozszacowania innych funkcji tablicowych, np. funkcji likwidacji oraz powiązania wyników z czasem kalendarzowym likwidacji przedsiębiorstw – **wartość dodana analizy**.

Literatura

- [1] Balicki A., 2006, ***Analiza przeżycia i tablice wymieralności***, PWE, Warszawa.
- [2] Jackowska B., 2013, ***Modele dalszego trwania życia oraz ich zastosowania w przypadku osób starszych***, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk.
- [3] Jackowska B., 2015, ***Analiza kohortowa czasu istnienia mikroprzedsiębiorstw w Gdańsku***, Zarządzanie i Finanse. Journal of Management and Finance, Vol. 13, No. 4/2/2015, s. 127-145.
- [4] Markowicz I., 2012, ***Statystyczna analiza żywotności firm***, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- [5] Mikulec A., 2017, ***Analiza wskaźnikowa trwania przedsiębiorstw w województwie łódzkim***, Wiadomości Statystyczne, nr 11 (678), s. 29-55.
- [6] Mikulec A. 2017, ***Kohortowe tablice trwania przedsiębiorstw w województwie łódzkim – ujęcie kwartalne*** [w:] Taksonomia 28. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania, Jajuga K., Walesiak M. (red.), Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Nr 468, Wrocław 2017, s. 147-160.
- [7] Mikulec A., 2018, ***Kohortowe tablice trwania przedsiębiorstw w województwie łódzkim***, Wiadomości Statystyczne, nr 5 (684), s. 56-77.
- [8] Mikulec A., ***Przekrojowe tablice trwania przedsiębiorstw w województwie łódzkim w ujęciu rocznym***, Wiadomości Statystyczne (w recenzji).
- [9] Mikulec A., 2016a, ***Kohortowe tablice trwania przedsiębiorstw powstałych w województwie łódzkim w latach 2001–2015.pdf***. DOI: 10.13140/RG.2.2.35356.28806.
- [10] Mikulec A., 2016b, ***Przekrojowe tablice trwania przedsiębiorstw zlikwidowanych w województwie łódzkim w latach 2001–2015.pdf***. DOI: 10.13140/RG.2.2.11450.39364.