Przestrzenna analiza efektywności z niezależnymi nakładami regionów sąsiednich

- badanie regionalnej produktywności systemów ochrony zdrowia w Europie

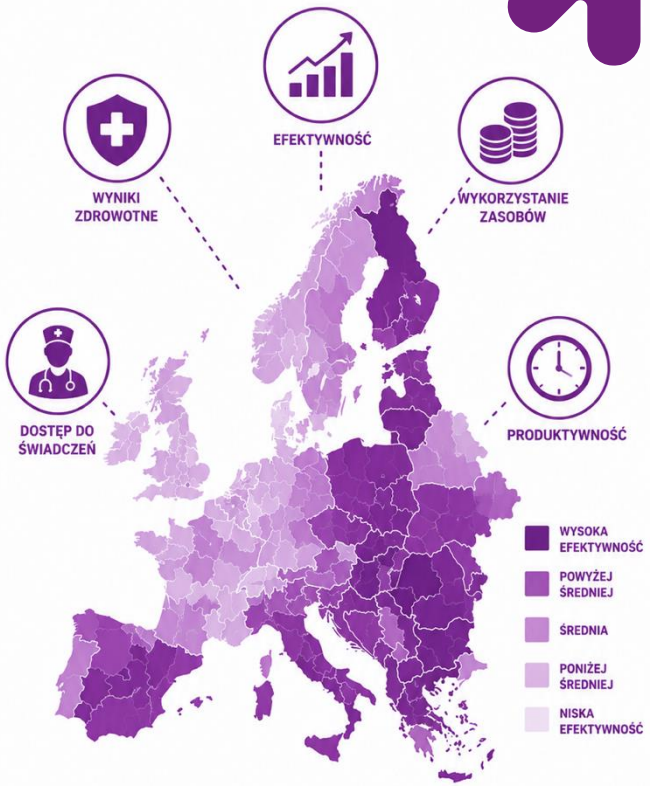
Alicja Olejnik alicja.olejnik@uni.lodz.pl

Agata Żółtaszek agata.zoltaszek@uni.lodz.pl

Jakub Olejnik jakub.olejnik@wmii.uni.lodz.pl

FACULTY OF ECONOMICS AND SOCIOLOGY
University of Lodz

FACULTY OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
University of Lodz



Agenda

- **DEA** – Metoda Obwiedni Danych
  – klasyczna metoda, niestochastyczna
- **SDEA** – ujęcie przestrzenne
- **SDEA-INI** – dodatkowe rozszerzenie o niekontrolowalne nakłady przestrzenne
- **Aplikacja empiryczna** – analiza efektywności systemów zdrowia w regionach UE

DEA – założenia

Data Envelopment Analysis

(Charnes, Cooper i Rhodes, 1978 r.)

opiera się na założeniu, że proces produkcji podlega ograniczeniom i ma granicę maksymalnej efektywności.

- Niektóre jednostki decyzyjne w pełni realizują swoje możliwości, przekształcając dostępne nakłady (ang. inputs) w osiąganle efekty (ang. outputs)

  → współczynnik efektywności θ = 100%,

- podczas gdy inne są mniej, lub bardziej nieefektywne

  → współczynnik efektywności θ < 100%.

- Współczynnik efektywności θ ilustruje hipotetyczną, proporcjonalną redukcję wszystkich nakładów w celu poprawy efektywności. W przypadku jednostek nieefektywnych te same efekty można było osiągnąć, wykorzystując jedynie θ ich nakładów.

Niestety, DEA pozwala wyłącznie na analizę jednostek **homogenicznych** i **niezależnych**.

→ nierealistyczne założenie o **izolacji regionów**

SDEA – przestrzenne rozszerzenie DEA

Spatial Data Envelopment Analysis

(Olejnik, Żółtaszek i Olejnik, 2021)

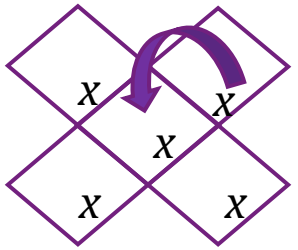
jest rozwiązaniem problemu **właściwej oceny efektywności regionalnej,** kiedy transfer nakładów i wyników nie jest ograniczony granicami administracyjnymi.

- Włącza **nakłady przestrzenne** i/lub **efekty przestrzenne** *explicite* do procesu optymalizacji.
- za pośrednictwem macierzy wag przestrzennych ***W***
  → **nakłady** i **efekty** są ważone macierzą ***W***.
- Interakcje przestrzenne mogą zachodzić poprzez **trzy równoległe kanały.**

SDEA

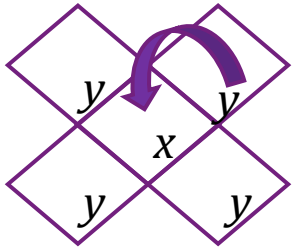
Przestrzenne nakłady egzogeniczne (ang. *exogenous spatial inputs*)

jako zasoby z danego regionu.



Nakłady przestrzenne - nakłady egzogeniczne pochodzące z nakładów sąsiedniego regionu (ang. *spatial inputs*).

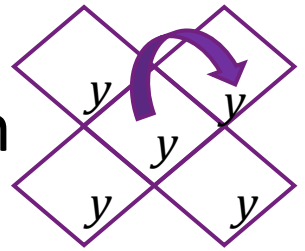
- Przykład: obserwujemy migrację wykwalifikowanego kapitału ludzkiego w celach zarobkowych czy edukacyjnych. Także ogólny poziom rozwoju regionu sąsiedniego może stanowić aproksymację dodatkowego, zewnętrznego źródła wiedzy, know-how, dostępności technologii i innowacji dla regionu badanego.



Nakłady wyników przestrzennych - wyniki z regionów sąsiednich pełniące rolę nakładów (ang. *spatial product inputs*).

- Przykład: wyższa produkcja wybranych dóbr w jednym regionie stymuluje produkcję dóbr komplementarnych w sąsiednim regionie.

SDEA



Wyniki przestrzenne - wybrane efekty z regionów sąsiednich traktowane jako wynik danego regionu (ang. *spatial outputs*).

- Przykład: inwestycje generujące nowe miejsca pracy dostępne również dla mieszkańców z sąsiednich regionów, generując większą produkcję.

Wprowadzenie do modelu wyników przestrzennych w praktyce może pociągać za sobą konieczność uwzględnienia również nakładów wyników przestrzennych i *vice versa*, ze względu na ich komplementarny charakter.

SDEA – nie uwzględnia braku kontroli nakładów z regionów sąsiednich
– wyzwanie metodologiczne

Brak kontroli nad nakładami sąsiedztwa

W rzeczywistości, zasoby w regionach sąsiednich zazwyczaj nie podlegają bezpośredniej kontroli władz w danym regionie.

➔ Wprowadzenie nowej koncepcji

SDEA-INI – ang. *Independent Neighbour Inputs* (Olejnik, Żółtaszek i Olejnik, 2026)

SDEA-INI - motywacja

W **analizie efektywności regionalnej** dowolny nakład lub efekt może być **niekontrolowany** lub **stały**.

- Przykład (**nakład stały**): długość dróg lub lokalizacja lotnisk, liczby szkół lub placówek szkolnictwa wyższego, struktura populacji.
- Przykład (**nakład/efekt niekontrolowalny**): W opiece zdrowotnej zdrowie populacji w danym regionie zależy od opieki zdrowotnej w tym regionie i w regionach sąsiednich, co wynika z ograniczonej liczby wysoko wyspecjalizowanych placówek, bardziej dostępnych metod leczenia, konkurencji i współpracy medycznej - turystyka medyczna.
  - Wskaźniki śmiertelności w danym regionie i regionach sąsiednich należy traktować jako efekty, które są endogeniczne dla produktywności opieki zdrowotnej.
  - Z kolei nakłady przestrzenne, takie jak personel medyczny lub zasoby materialne w regionach sąsiednich, są niekontrolowalne przez decydentów w danym regionie.

SDEA-INI

$$\text{minimise } \theta^*_{i_0}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_k^i \lambda_i \le \theta^*_{i_0} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{I}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{W}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{V}$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_m^i \lambda_i \ge y_m^{i_0}, \qquad m \in \mathcal{O}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{Q}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \ge \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{P}$$

$$0 \le \lambda_i, \quad i \in \{1, \dots, N\}.$$

$\mathcal{I}$ – nakłady zwykłe (kontrolowalne)

$\mathcal{V}$ – nakłady przestrzenne (kontrolowalne)

$\mathcal{W}$ – nakłady przestrzenne INI (niekontrolowalne)

$\mathcal{O}$ – efekty zwykłe

$\mathcal{Q}$ – nakłady wyników przestrzennych

$\mathcal{P}$ – efekty przestrzenne, $\mathcal{O}, \mathcal{Q}, \mathcal{P} \subset \{1, \dots, \mathrm{M}\}, \mathcal{P} \cap \mathcal{Q} = \emptyset,$

y_m^i- *m-ty* efekt *i-tego* regionu, x_k^i- *k-ty* nakład *i-tego* regionu, λ_i - mnożniki dla regionu *i*, $w_{ij} y_m^j$- przestrzenny *m-ty* efekt dla regionu *j*, $w_{ij} x_k^j$- przestrzenny *k-ty* nakład regionu *j*, θ^*- poziom efektywności, **W** – macierz wag przestrzennych, $\mathbf{W} = [w_{ij}]_{N \times N}$

SDEA-INI

$$\text{minimise } \theta^*_{i_0}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_k^i \lambda_i \le \theta^*_{i_0} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{I}$$ zwykłe, kontrolowalne nakłady

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{W}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{V}$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_m^i \lambda_i \ge y_m^{i_0}, \qquad m \in \mathcal{O}$$ zwykłe, kontrolowalne efekty

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{Q}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \ge \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{P}$$

$$0 \le \lambda_i, \quad i \in \{1, \dots, N\}.$$

DEA: Szukamy teoretycznej jednostki, która replikuje inne jednostki, dobierając mnożniki λ_i, tak by jej każdy efekt ($m \in \mathcal{O}$) był nie mniejszy niż odpowiadający efekt dla badanej jednostki i_0 ($y_m^{i_0}$), a jej każdy nakład ($k \in \mathcal{I}$) nie przekraczał $\theta^*_{i_0}$ wartości $x_k^{i_0}$.

y_m^i- *m-ty* efekt *i-tego* regionu, x_k^i- *k-ty* nakład *i-tego* regionu, λ_i - mnożniki dla regionu *i*, $w_{ij} y_m^j$- przestrzenny *m-ty* efekt dla regionu *j*, $w_{ij} x_k^j$- przestrzenny *k-ty* nakład regionu *j*, θ^*- poziom efektywności, **W** – macierz wag przestrzennych, $\mathbf{W} = [w_{ij}]_{N \times N}$

SDEA-INI

$$\text{minimise } \theta^*_{i_0}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_k^i \lambda_i \le \theta^*_{i_0} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{I}$$ zwykłe, kontrolowalne nakłady

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{W}$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{V}$$ nakłady przestrzenne

$$\sum_{i=1}^{N} y_m^i \lambda_i \ge y_m^{i_0}, \qquad m \in \mathcal{O}$$ zwykłe, kontrolowalne efekty

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{Q}$$ nakłady wyników przestrzennych

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \ge \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{P}$$ efekty przestrzenne

$$0 \le \lambda_i, \quad i \in \{1, \dots, N\}.$$

SDEA: Jednostka teoretyczna czerpie korzyści z sąsiednich nakładów ($k \in \mathcal{V}$), których wysokość nie przekracza $\theta^*_{i_0}$ nakładów dostępnych w sąsiedztwie jednostki i_0 ($\theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}$).

Jednostka teoretyczna czerpie korzyści z sąsiednich efektów ($m \in \mathcal{Q}$) , których wysokość nie przekracza $\theta^*_{i_0}$ efektów dostępnych w sąsiedztwie jednostki i_0 ($\theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j$) .

Proces produkcji jednostki hipotetycznej ma pozytywny wpływ na efekty ($m \in \mathcal{P}$) jej sąsiadów, co najmniej w takim stopniu, w jakim proces jednostki i_0 wspiera generowanie efektów w jej regionach sąsiedzkich.

SDEA-INI

$$\text{minimise } \theta^*_{i_0}$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_k^i \lambda_i \le \theta^*_{i_0} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{I}$$ zwykłe, kontrolowalne nakłady

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{W}$$ niekontrolowane nakłady przestrzenne

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_k^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} x_k^{i_0}, \qquad k \in \mathcal{V}$$ nakłady przestrzenne

$$\sum_{i=1}^{N} y_m^i \lambda_i \ge y_m^{i_0}, \qquad m \in \mathcal{O}$$ zwykłe, kontrolowalne efekty

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \le \theta^*_{i_0} \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{Q}$$ nakłady wyników przestrzennych

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_{ij} y_m^j \lambda_i \ge \sum_{j=1}^{N} w_{i_0 j} y_m^j, \qquad m \in \mathcal{P}$$ efekty przestrzenne

$$0 \le \lambda_i, \quad i \in \{1, \dots, N\}.$$

SDEA-INI: poziomy nakładów ($k \in \mathcal{W}$) sąsiadów jednostki hipotetycznej są nie większe niż poziomy nakładów sąsiadów jednostki ocenianej i_0. Istotą niekontrolowalności jest brak mnożnika $\theta^*_{i_0}$, co oznacza pominięcie założenia, że jednostka oceniana i_0 może proporcjonalnie zmienić ilość nakładów dostępnych w regionach sąsiednich.

y_m^i- *m-ty* efekt *i-tego* regionu, x_k^i- *k-ty* nakład *i-tego* regionu, λ_i - mnożniki dla regionu *i*, $w_{ij} y_m^j$- przestrzenny *m-ty* efekt dla regionu *j*, $w_{ij} x_k^j$- przestrzenny *k-ty* nakład regionu *j*, θ^*- poziom efektywności, **W** – macierz wag przestrzennych, $\mathbf{W} = [w_{ij}]_{N \times N}$

SDEA-INI - symulacje Monte Carlo

Przy użyciu symulacji porównano jakość oszacowań efektywności metod DEA, SDEA, SDEA-INI oraz SpDEA - alternatywnego podejścia (Ramajo et al., 2024).

- Przeprowadzono eksperymenty przy użyciu kilku parametrycznych procesów DGP opartych na funkcji produkcji Solow'a postaci:

$$Y \approx \theta \cdot \gamma X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} \,, \qquad \text{gdzie } \theta \leq 1 \text{ jest efektywnością}$$

z uwzględnieniem różnych form zależności przestrzennych.

- W tym rozważono model:

• $\mathrm{Y} \approx \theta \cdot \gamma_1 \mathrm{X}_1^{\alpha} \mathrm{X}_2^{1-\alpha} + \gamma_2 \mathrm{W}\mathrm{X}_1$	z addytywną determinantą przestrzenną
• $\mathrm{Y} \approx \rho \mathrm{W}\mathrm{Y} + \theta \cdot \gamma \mathrm{X}_1^{\alpha} \mathrm{X}_2^{1-\alpha}$	z autokorelacją przestrzenną produkcji
• $\mathrm{Y} \approx \theta \cdot \gamma \mathrm{X}_1^{\alpha} \mathrm{X}_2^{1-\alpha} \cdot (\mathrm{W}\mathrm{X}_1)^{\beta}$	z multiplikatywną determinantą przestrzenną
• $\mathrm{Y} \approx \rho \mathrm{W}\mathrm{Y} + \theta \cdot \gamma_1 \mathrm{X}_1^{\alpha} \mathrm{X}_2^{1-\alpha} + \gamma_2 \mathrm{W}\mathrm{X}_1$	addytywny mieszany

$$Y \approx \theta \cdot \gamma_1 X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} + \gamma_2 \mathbf{W} X_1$$

$$Y \approx \rho \mathbf{W} Y + \theta \cdot \gamma X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha}$$

NUTS2	DEA	SDEA	SDEA-INI	SpDEA
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.4490 (0.1168)	0.0488 (0.0028)	0.0229 (0.0032)	0.0799 (0.0071)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.4787 (0.1141)	0.0689 (0.0053)	0.0460 (0.0076)	0.1205 (0.0060)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.2652 (0.1119)	0.9126 (0.0225)	0.9395 (0.0220)	0.6764 (0.0438)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.3963 (0.1119)	0.8802 (0.0284)	0.8980 (0.0285)	0.6218 (0.0439)
Siatka 20×20				
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.5159 (0.1028)	0.0447 (0.0020)	0.0155 (0.0022)	0.0787 (0.0047)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.5406 (0.1006)	0.0648 (0.0043)	0.0366 (0.0067)	0.1120 (0.0051)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.2507 (0.1004)	0.9336 (0.0162)	0.9629 (0.0153)	0.7756 (0.0316)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.3996 (0.1119)	0.9114 (0.0178)	0.9345 (0.0176)	0.6944 (0.0299)
Siatka 30×30				
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.6080 (0.0823)	0.0407 (0.0012)	0.0083 (0.0013)	0.0614 (0.0044)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.6256 (0.0807)	0.0593 (0.0026)	0.0260 (0.0045)	0.0979 (0.0037)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.2124 (0.0808)	0.9437 (0.0088)	0.9787 (0.0075)	0.7964 (0.0195)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.4019 (0.1155)	0.9397 (0.0096)	0.9668 (0.0090)	0.7601 (0.0181)
Siatka 40×40				
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.6532 (0.0606)	0.0391 (0.0008)	0.0059 (0.0008)	0.0514 (0.0049)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.6680 (0.0598)	0.0576 (0.0020)	0.0206 (0.0034)	0.0873 (0.0030)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.2094 (0.0693)	0.9511 (0.0063)	0.9871 (0.0045)	0.8395 (0.0155)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.4055 (0.0977)	0.9494 (0.0059)	0.9782 (0.0052)	0.7941 (0.0135)

NUTS2	DEA	SDEA	SDEA-INI	SpDEA
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.5030 (0.1000)	0.0633 (0.0028)	0.0221 (0.0036)	0.0810 (0.0096)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.5354 (0.0962)	0.0862 (0.0053)	0.0485 (0.0085)	0.1303 (0.0073)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.1914 (0.0944)	0.8987 (0.0243)	0.9391 (0.0231)	0.6543 (0.0498)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.3441 (0.1045)	0.8776 (0.0270)	0.9078 (0.0270)	0.6178 (0.0469)
Siatka 20×20				
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.5625 (0.0879)	0.0595 (0.0020)	0.0159 (0.0025)	0.0785 (0.0064)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.5870 (0.0852)	0.0798 (0.0036)	0.0376 (0.0062)	0.1172 (0.0053)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.1757 (0.0778)	0.9095 (0.0170)	0.9580 (0.0150)	0.7207 (0.0355)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.3435 (0.1028)	0.8994 (0.0180)	0.9388 (0.0172)	0.6897 (0.0335)
Siatka 30×30				
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.6516 (0.0676)	0.0537 (0.0011)	0.0080 (0.0012)	0.0578 (0.0063)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.6702 (0.0658)	0.0752 (0.0023)	0.0255 (0.0044)	0.0991 (0.0039)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.1526 (0.0659)	0.9321 (0.0092)	0.9813 (0.0066)	0.7984 (0.0207)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.3495 (0.1003)	0.9319 (0.0093)	0.9694 (0.0083)	0.7539 (0.0195)
Siatka 40×40				
$\text{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.6929 (0.0525)	0.0503 (0.0007)	0.0051 (0.0008)	0.0445 (0.0044)
$\text{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.7083 (0.0515)	0.0713 (0.0016)	0.0195 (0.0033)	0.0852 (0.0031)
$\text{corr}(\theta, \theta_0)$	0.1440 (0.0543)	0.9387 (0.0065)	0.9884 (0.0042)	0.8366 (0.0137)
$\text{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.3297 (0.0880)	0.9418 (0.0058)	0.9804 (0.0049)	0.7940 (0.0132)

$$Y \approx \theta \cdot \gamma X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} \cdot (\mathbf{W}X_1)^{\beta}$$

$$Y \approx \rho \mathbf{W}Y + \theta \cdot \gamma_1 X_1^{\alpha} X_2^{1-\alpha} + \gamma_2 \mathbf{W}X$$

NUTS2	DEA	SDEA	SDEA-INI	SpDEA
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.0360 (0.0092)	0.0134 (0.0055)	0.0063 (0.0067)	0.1133 (0.0052)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.0782 (0.0079)	0.0586 (0.0058)	0.0681 (0.0076)	0.1475 (0.0064)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.8759 (0.0223)	0.9138 (0.0179)	0.8876 (0.0273)	0.7122 (0.0406)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.8441 (0.0271)	0.8745 (0.0237)	0.8469 (0.0306)	0.6373 (0.0453)
Siatka 20×20				
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.0282 (0.0064)	0.0008 (0.0040)	-0.0039 (0.0050)	0.0955 (0.0033)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.0540 (0.0057)	0.0433 (0.0044)	0.0522 (0.0062)	0.1250 (0.0050)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.9452 (0.0103)	0.9518 (0.0097)	0.9326 (0.0175)	0.8109 (0.0257)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.9116 (0.0148)	0.9139 (0.0159)	0.8947 (0.0194)	0.7179 (0.0299)
Siatka 30×30				
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.0405 (0.0048)	-0.0112 (0.0027)	-0.0187 (0.0034)	0.0728 (0.0020)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.0587 (0.0043)	0.0403 (0.0025)	0.0472 (0.0032)	0.0998 (0.0026)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.9407 (0.0063)	0.9516 (0.0059)	0.9427 (0.0085)	0.8328 (0.0136)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.9130 (0.0087)	0.9227 (0.0085)	0.9154 (0.0106)	0.7519 (0.0174)
Siatka 40×40				
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.0470 (0.0043)	-0.0181 (0.0025)	-0.0267 (0.0031)	0.0600 (0.0018)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.0624 (0.0039)	0.0412 (0.0025)	0.0483 (0.0029)	0.0870 (0.0024)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.9407 (0.0051)	0.9523 (0.0053)	0.9471 (0.0066)	0.8507 (0.0114)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.9154 (0.0064)	0.9266 (0.0073)	0.9241 (0.0080)	0.7782 (0.0148)

NUTS2	DEA	SDEA	SDEA-INI	SpDEA
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.5775 (0.0844)	0.0864 (0.0028)	0.0412 (0.0047)	0.0673 (0.0148)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.6101 (0.0793)	0.1137 (0.0045)	0.0759 (0.0084)	0.1316 (0.0078)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.1065 (0.0715)	0.8450 (0.0286)	0.8657 (0.0331)	0.6103 (0.0527)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.2376 (0.0797)	0.7898 (0.0337)	0.8015 (0.0392)	0.5644 (0.0503)
Siatka 20×20				
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.6382 (0.0744)	0.0795 (0.0018)	0.0292 (0.0032)	0.0620 (0.0109)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.6628 (0.0709)	0.1042 (0.0030)	0.0601 (0.0065)	0.1167 (0.0062)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.0906 (0.0567)	0.8659 (0.0200)	0.9016 (0.0232)	0.6690 (0.0384)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.2335 (0.0760)	0.8463 (0.0211)	0.8503 (0.0267)	0.6386 (0.0334)
Siatka 30×30				
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.6938 (0.0532)	0.0763 (0.0012)	0.0190 (0.0020)	0.0505 (0.0080)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.7128 (0.0509)	0.1018 (0.0023)	0.0463 (0.0052)	0.1042 (0.0049)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.0845 (0.0439)	0.8895 (0.0132)	0.9427 (0.0137)	0.7512 (0.0255)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.2402 (0.0653)	0.8813 (0.0128)	0.9081 (0.0160)	0.7074 (0.0218)
Siatka 40×40				
$\mathrm{mean}(\theta - \theta_0)$	-0.7302 (0.0473)	0.0721 (0.0009)	0.0134 (0.0013)	0.0431 (0.0070)
$\mathrm{rmsqr}(\theta - \theta_0)$	0.7455 (0.0455)	0.0959 (0.0017)	0.0364 (0.0034)	0.0945 (0.0033)
$\mathrm{corr}(\theta, \theta_0)$	0.0742 (0.0377)	0.8955 (0.0097)	0.9597 (0.0078)	0.7726 (0.0156)
$\mathrm{corrank}(\theta, \theta_0)$	0.2211 (0.0626)	0.8920 (0.0093)	0.9354 (0.0094)	0.7344 (0.0138)

Aplikacja empiryczna SDEA-INI

ocena efektywności systemów ochrony zdrowia w regionach UE

SDEA-INI – ocena efektywności systemów ochrony zdrowia w regionach

Dane: 232 NUTS 2 UE oraz Luxemburg, Norwegia i Szwajcaria: 2011 & 2018

Źródło: eurostat oraz krajowe urzędy statystyczne

Nakłady:

- PKB - poziom rozwoju oraz proxy wydatków
- Liczba lekarzy - kapitał ludzki
- Liczba łóżek - kapitał rzeczowy

Efekty:

- umieralność mierzona rocznymi wskaźnikami zgonów dla 8 grup chorb:

  zaburzenia psychiczne i behawioralne, choroby układu nerwowego i narządów zmysłów, choroby układu krążenia, choroby układu oddechowego, nowotwory, choroby endokrynologiczne, dietetyczne i metaboliczne, choroby układu pokarmowego, choroby układu moczowo-płciowego

Wyniki - wzorce efektywności regionalnej

Zróżnicowanie regionalne:

najwyższa efektywność: Bułgaria, Rumunia, Polska, Finlandia
najniższa: Niemcy, Austria, Czechy
skrajnie niska efektywność: Praga, Wiedeń

Wyraźny wzorzec przestrzenny:

rdzeń → niższa efektywność
peryferie → wyższa efektywność

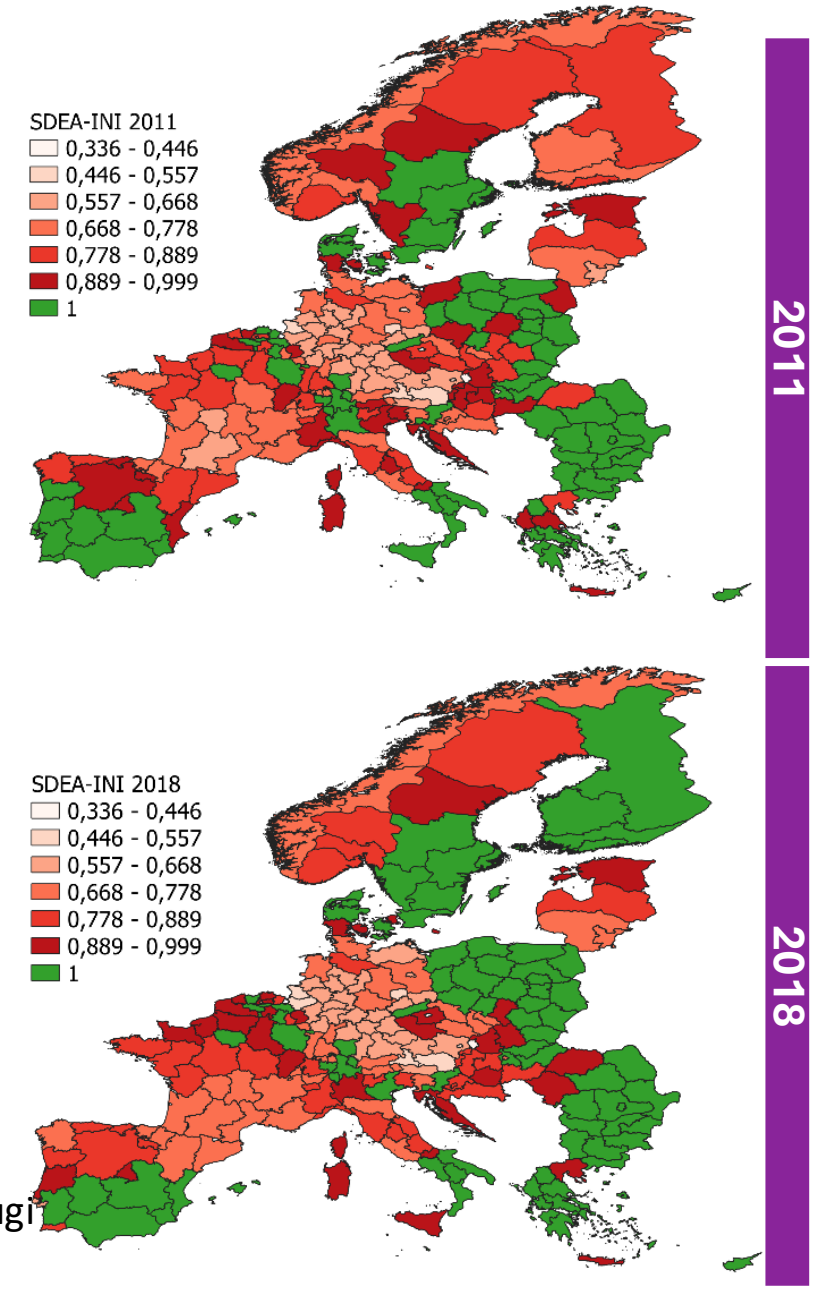
Poprawa efektywności w czasie (2011–2018),

ale ogólny układ przestrzenny pozostaje stabilny.

Efektywność ≠ jakość opieki zdrowotnej:

Niektóre kraje o wysokiej efektywności (np. Polska, Rumunia, Węgry):

- niedobory lekarzy kompensowane wieloetatowością → np. gorsza jakość obsługi
- mogą mieć niższą dostępność usług medycznych → np. długi czas oczekiwania



Wnioski

- Symulacje Monte Carlo: metoda SDEA daje lepsze wyniki niż metoda DEA w warunkach zależności przestrzennej; gdy nakłady są niekontrolowalne najlepszym narzędziem jest SDEA-INI
- Wyniki analizy okazały się stabilne i odporne:
  - dla różnych macierzy wag przestrzennych,
  - dla alternatywnych mierników wydatków.
- Zastosowane w badaniu podejście może wspierać alokację zasobów i sprzyjać większej współpracy i spójności zróżnicowanych systemów opieki zdrowotnej w Europie.

Dziękuję za uwagę

Bibliografia

- Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, A. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, *2*, 429–444.
- Olejnik, A., Żółtaszek, A., & Olejnik, J. (2021). Spatial solution to measure regional efficiency — Introducing spatial data envelopment analysis. *Ekonomika Regiona [Economy of Regions]*, *17*(4), 1166–1180. https://doi.org/10.17059/ekon.reg.2021-4-9
- Olejnik, J., Żółtaszek, A., & Olejnik, A. (2026). Spatial DEA with independent neighbours' inputs: healthcare efficiency patterns in Europe. *Spatial Economic Analysis*, *21*(2), 187–204. https://doi.org/10.1080/17421772.2025.2600420
- Ramajo, Julián, Márquez, Miguel A, & Hewings, Geoffrey J. D (2024). Addressing spatial dependence when estimating technical efficiency: A spatialized data envelopment analysis of regional productive performance in the European Union. *Growth and Change*, *55*(*1*). https://doi.org/10.1111/grow.v55.1